ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑ 13.2

Μηχανισμοί διαπλάτυνσης των φασματικών γραμμών και ο ρόλος τους στην αλληλεπίδραση συντονισμού

Θά μιλήσομε τώρα γιά δύο φυσικές διαδικασίες πού εἶναι πάντο παροῦσες στά πραγματικά προβλήματα καί οἱ ὁποῖες ἐπηρεάζουν δραστικά τό φαινόμενο τοῦ συντονισμοῦ, προκαλώντας ἕνα εἶδος *ἐνεργοῦ διαπλάτυνσης* τῶν φασματικῶν γραμμῶν τοῦ ἀτόμου κι ἄρα ἀντίστοιχη ἐλάττωση τῆς συναφοῦς ἐνεργοῦ διατομῆς. Πρόκειται ἀφ᾽ ἑνός γιά τή *διαπλάτυνση Doppler $\Delta\nu_D$(*)* κι ἀφ᾽ ἑτέρου γιά τήν *κρουστική διαπλάτυνση $\Delta\nu_c$(*)* πού ὀφείλονται καί οἱ δύο στήν κίνηση τῶν ἀτόμων ἤ μορίων τοῦ μέσου. Ὅπως ἔχομε ξαναπεῖ ἡ διαπλάτυνση Doppler προέρχεται ἀπό τή μετατόπιση πού προκαλεῖ στή συχνότητα τοῦ ἐκπεμπόμενου φωτονίου ἡ θερμική κίνηση τοῦ ἀτόμου πού τό ἐκπέμπει, καί ἡ ὁποία δίδεται ἀπό τό γνωστό τύπο

$$\frac{\Delta\nu_D}{\nu} = \frac{\upsilon}{c}$$

ὅπου $\upsilon = \sqrt{3kT/M}$ ἡ μέση θερμική ταχύτητα τῶν ἀτόμων τοῦ ἀερίου καί $M = Am_p$ ἡ μάζα τοῦ πυρήνα τους πού ὑποθέτομε ὅτι ἔχει μαζικό ἀριθμό A. Θἄναι λοιπόν

$$\frac{\Delta\nu_D}{\nu} = \sqrt{\frac{3kT}{Am_pc^2}} \tag{17}$$

ὁπότε γιά θερμοκρασία περιβάλλοντος ($kT = 1/40$ eV) καί μέ μάζα ἠρεμίας τοῦ πρωτονίου ἴση μέ 10^9eV, θἄχομε

$$\frac{\Delta\nu_D}{\nu} \approx \frac{10^{-5}}{\sqrt{A}} \tag{18}$$

ἀπ᾽ ὅπου, γιά μιά τυπική γραμμή στό ὁρατό ($\nu \approx 10^{15}$Hz), παίρνομε

$$\Delta\nu_D \approx 10^{10}\ \text{Hz} \tag{19}$$

ἐνῶ τό ἀντίστοιχο φυσικό πλάτος γιά ἕναν ἐπίσης τυπικό χρόνο ζωῆς $\tau_{sp} \approx 10^{-8}$ sec θά ἰσοῦται μέ

$$\Delta\nu = \frac{\Delta E}{h} = \frac{\hbar/\tau_{sp}}{h} = \frac{1}{2\pi\tau_{sp}} \approx 10^7\ \text{Hz} \tag{20}$$

Βλέπομε ἔτσι ὅτι *ἡ διαπλάτυνση Doppler σέ θερμοκρασία δωματίου εἶναι χίλιες περίπου φορές μεγαλύτερη ἀπό τό φυσικό πλάτος γραμμῆς.*

(*) "D" = Doppler καί "c" = collision, προφανῶς.

῾Η κρουστική διαπλάτυνση, ἄν καί ὀφείλεται ἐπίσης στήν κίνηση τῶν ἀτόμων, ἔχει διαφορετική φυσική βάση. Ἄν ℓ εἶναι ἡ μέση ἐλεύθερη διαδρομή τῶν ἴδιων τῶν ἀτόμων τοῦ ἀερίου, τότε τό καθένα ἀπ᾿ αὐτά θά ὑφίσταται τήν κρούση κάποιου ἄλλου μέ συχνότητα πού καθορίζεται ἀπό τό *μέσο χρόνο κρούσης*

$$\tau_c = \frac{\ell}{\upsilon} \tag{21}$$

ὅπου υ ἡ μέση θερμική ταχύτητα τῶν ἀτόμων τοῦ ἀερίου.

῾Η βασική σκέψη τώρα εἶναι ἡ ἑξῆς: Ἄν ἕνα ἄτομο δέχεται τήν ἐπίδραση μιᾶς χρονομεταβαλλόμενης ἐξωτερικῆς δύναμης τῆς ὁποίας ἡ ἀνάλυση Fourier δίνει ἕνα φάσμα συχνοτήτων εὔρους $\Delta\nu$ γύρω ἀπό τή στατική τιμή $\nu = 0$, τότε τό ἄτομο θά ἀνταλλάσσει μέ τό ἐξωτερικό πεδίο ἐνέργειες πού θά καλύπτουν μιά ζώνη εὔρους $\Delta E = h\Delta\nu$. Στήν περίπτωσή μας, ὅπου ἡ ἐξωτερική ἐπίδραση παίρνει τή μορφή μιᾶς τυχαίας διαδοχῆς κρουστικῶν παλμῶν μέ μέση χρονική ἀπόσταση τ_c, ἡ διακύμανση πού θά ὑφίσταται ἡ ἐνέργεια κάθε στάθμης, λόγω τοῦ ἐνεργειακοῦ πάρε-δῶσε μεταξύ τῶν συγκρουομένων ἀτόμων, θά ἔχει τήν τιμή

$$\Delta E_c = h\Delta\nu_c = \frac{h}{\tau_c}$$

ὅπου θεωρήσαμε προφανές ὅτι τό φασματικό εὖρος $\Delta\nu_c$ τοῦ τυχαίου κρουστικοῦ πεδίου στό ὁποῖο ὑπόκειται κάθε ἄτομο θά ἰσοῦται περίπου μέ τό ἀντίστροφο τοῦ μέσου χρόνου μεταξύ διαδοχικῶν κρούσεων. Μποροῦμε λοιπόν νά ποῦμε ὅτι οἱ κρούσεις προκαλοῦν διαπλάτυνση τῶν ἀτομικῶν σταθμῶν εὔρους $\Delta E_c = h/\tau_c$ καί τῶν γραμμῶν τοῦ ἀντίστοιχου φάσματος συχνοτήτων ἴση μέ

$$\Delta\nu_c = \frac{1}{\tau_c} = \frac{\upsilon}{\ell} \tag{22}$$

Γιά ἕνα τυπικό ἀέριο μέσο, ὅπως ὁ ἀέρας σέ κανονικές συνθῆκες, θἄχομε

$$\ell = \frac{1}{n\cdot\sigma} \approx \frac{1}{10^{20}\cdot 10^{-16}} \approx 10^{-4}\text{cm}$$

ὅπου βέβαια ἐφαρμόσαμε τό γνωστό μας τύπο τῆς μέσης ἐλεύθερης διαδρομῆς θεωρώντας ὅτι ἡ ἐνεργός διατομή κρούσης μεταξύ τῶν ἀτόμων τοῦ μέσου εἶναι ὅση περίπου καί ἡ γεωμετρική τους διατομή(*). Ὅσο γιά τή μέση θερμική ταχύτητα υ σέ θερμοκρασία δωματίου καί γιά ἕνα τυπικό ἀτομικό ἀριθμό $A \approx 10$ θἄχομε

$$\frac{\upsilon}{c} \approx \frac{10^{-5}}{\sqrt{A}} \Rightarrow \upsilon \approx 10^5 \text{ cm/sec}$$

ὁπότε ἡ (22) θά δώσει γιά τήν κρουστική διαπλάτυνση $\Delta\nu_c$ τό ἀποτέλεσμα

(*) Αὐτό εἶναι χονδρικά σωστό γιά ὅλες τίς κρουστικές ἀλληλεπιδράσεις μεταξύ οὐδέτερων ἀτόμων ἀλλά καί μεταξύ ἰόντων.

$$\Delta\nu_c \approx 10^9 \mathrm{Hz} \tag{23}$$

πού εἶναι μιά τιμή σαφῶς μεγαλύτερη ἀπό τό φυσικό πλάτος γραμμῆς (20), ἀλλά μικρότερη, κατά μία τάξη μεγέθους, ἀπό τή διαπλάτυνση Doppler (19). Γιά νά ἀποκτήσομε μιά ἀμεσότερη ἀντίληψη γιά τό πῶς μεταβάλλεται ἡ κρουστική διαπλάτυνση $\Delta\nu_c$ συναρτήσει τῆς πίεσης καί τῆς θερμοκρασίας τοῦ ἀερίου δέν ἔχομε παρά νά τή γράψομε στή μορφή

$$\Delta\nu_c = \frac{\upsilon}{\ell} = \frac{\upsilon}{1/n\sigma} = n\upsilon\sigma \tag{24}$$

καί νά ἀντικαταστήσομε κατόπιν τά n καί υ μέ τίς ἐκφράσεις τους ἀπό τήν κινητική θεωρία τῶν τελείων ἀερίων. Δηλαδή τίς

$$\upsilon = \sqrt{\frac{3kT}{M}} \quad (M = Am_p) \quad , \quad n = \frac{p}{kT}$$

Θἄχομε ἔτσι τόν τελικό τύπο

$$\Delta\nu_c = \sigma\sqrt{\frac{3}{Mk}}\,\frac{p}{\sqrt{T}} \tag{25}$$

ὁ ὁποῖος μᾶς λέει ὅτι *ἡ κρουστική διαπλάτυνση εἶναι ἀνάλογη μέ τήν πίεση τοῦ ἀερίου καί ἀντιστρόφως ἀνάλογη μέ τήν τετραγωνική ρίζα τῆς θερμοκρασίας του.* Ἔτσι γιά τίς τυπικές πιέσεις στό σωλήνα ἑνός λέϊζερ ἀερίου —$p \approx 1$ Torr $\approx 10^{-3}$ at— ἡ διαπλάτυνση κρούσεως θἄναι χίλιες φορές μικρότερη ἀπό τήν τιμή (23) ἄρα μικρότερη κι ἀπό τό φυσικό πλάτος γραμμῆς (20). Δεδομένου ὅμως ὅτι ἡ κρουστική διαπλάτυνση εἶναι ἀνεξάρτητη τῆς συχνότητας, ἐνῶ ἡ διαπλάτυνση Doppler ἐξαρτᾶται ἀναλογικά ἀπ' αὐτήν εἶναι ἀναμενόμενο ὅτι ἡ πρώτη θά κυριαρχεῖ ἀπέναντι στή δεύτερη στήν περιοχή τῶν χαμηλῶν συχνοτήτων.

Θά δείξομε τώρα ὅτι ὅσον ἀφορᾶ τή διαδικασία τῆς ἀπορρόφησης συντονισμοῦ μιᾶς φωτεινῆς δέσμης ἀπό ἕνα ἀέριο, τά ἀποτελέσματα τῆς θερμικῆς κίνησης τῶν ἀτόμων του μποροῦν νά ληφθοῦν ὑπ' ὄψιν μέ τήν ἁπλή ἀντικατάσταση, στόν τύπο τῆς ἐνεργοῦ διατομῆς, τοῦ φυσικοῦ πλάτους γραμμῆς ΔE μέ τήν διευρυμένη του τιμή ΔE_D ἤ ΔE_c.

Γιά νά κάνομε τό συλλογισμό πιό καθαρό ὑποθέστε ὅτι τά ἄτομα τοῦ ἀερίου μέσου μας εἶναι ἀκίνητα ἐνῶ τό φῶς πού καλοῦνται νά ἀπορροφήσουν προέρχεται ἀπό μιά πηγή, ταυτόσημων ἀτόμων μέ θερμοκρασία ὅση καί τοῦ πραγματικοῦ ἀερίου. Ὑπ' αὐτές τίς συνθῆκες τά φωτόνια τοῦ προσπίπτοντος φωτός θἄχουν μιά κατανομή συχνοτήτων εὕρους $\Delta\nu_D$ κι ἑπομένως ἡ πιθανότητα νά ἔχει τό καθένα ἀπ' αὐτά συχνότητα μέσα στό πολύ στενότερο διάστημα $\Delta\nu$ πού ἀντιστοιχεῖ στή φυσική ζώνη ἀπορρόφησης τῶν ἀκίνητων ἀτόμων τοῦ στόχου, θἄναι

$$\frac{\Delta\nu}{\Delta\nu_D} = \frac{\Delta E}{\Delta E_D} \tag{26}$$

κι αὐτός θἄναι προφανῶς κι ὁ παράγοντας κατά τόν ὁποῖο θά μειωθεῖ ἡ πιθανότητα ἀπορρόφησης τοῦ φωτονίου, κι ἄρα ἡ ἀντίστοιχη ἐνεργός διατομή. Ὁ τύπος (5) θά πρέπει λοιπόν νά πολλαπλασιαστεῖ μέ τόν παράγοντα (26) καί τό ἀποτέλεσμα θά εἶναι ὅπως τό εἴχαμε προαναγγείλει: *Τό φυσικό πλάτος γραμμῆς θά ἀντικατασταθεῖ ἀπό μιά ἐνεργό διαπλατυσμένη τιμή ὀφειλόμενη εἴτε στό φαινόμενο Doppler εἴτε στίς διατομικές κρούσεις εἴτε στή συνδυασμένη τους δράση.* Στήν τελευταία περίπτωση μπορεῖ νά δείξει κανείς ὅτι ἡ ὁλική διαπλάτυνση θά δίδεται ἀπό τό ἄθροισμα τῶν μερικῶν διαπλατύνσεων. Θἄναι δηλαδή

$$\Delta\nu_{total} = \Delta\nu_D + \Delta\nu_c \tag{27}$$

ἤ ἀκόμα ὀρθότερα

$$\Delta\nu_{total} = \Delta\nu_D + \Delta\nu_c + \Delta\nu_N \tag{28}$$

ὅπου στήν (28) συμπεριλάβαμε καί τή φυσική διαπλάτυνση $\Delta\nu_N$ προσαρτώντάς της τώρα και τό δείκτη «N» (= Natural) γιά καλλίτερη διάκριση. Στήν πράξη βέβαια τό φυσικό πλάτος εἶναι τόσο πολύ μικρότερο ἀπό τά δύο ἄλλα ὥστε ὁ συνυπολογισμός του ἤ μή νά ἔχει ἀμελητέες συνέπειες.