

Πρόλογος

Η κβαντική οπτική είναι ένα γνωστικό πεδίο που έχει έρθει στο προσκήνιο τα τελευταία 10-20 χρόνια. Προηγουμένως αντιμετωπιζόταν σαν ένας κλάδος υψηλής εξειδίκευσης, προσβάσιμος μόνο σε έναν μικρό αριθμό σπουδαστών σε επιλεγμένα πανεπιστήμια. Σήμερα, όμως, το εκπαιδευτικό ενδιαφέρον για το αντικείμενο αυτό είναι πολύ ευρύτερο, και τροφοδοτείται ισχυρά από την προοπτική της χρήσης της κβαντικής οπτικής σε εφαρμογές κβαντικής επεξεργασίας πληροφοριών.

Το προσωπικό μου ενδιαφέρον για την κβαντική οπτική είχε σαν αφετηρία το έτος 1987, όταν συμμετείχα για πρώτη φορά στο Συνέδριο Λείζερ και Ηλεκτροοπτικής. Τα ρηξικέλευθα πειράματα με αντικείμενο το συμπιεσμένο φως είχαν ολοκληρωθεί πρόσφατα, και είχα την ευκαιρία να ακούσω ως προσκεκλημένους ομιλητές τους κορυφαίους ερευνητές του κλάδου. Στο τέλος του συνεδρίου, μου είχε δημιουργηθεί για το γνωστικό αυτό αντικείμενο έντονο ενδιαφέρον, το οποίο με ώθησε να αγοράσω ένα αντίτυπο του *Quantum theory of light*, του Loudon, και να αρχίσω να το μελετάω με αρκετά συστηματικό τρόπο. Σχεδόν 20 χρόνια μετά, το βιβλίο του Loudon παραμένει το αγαπημένο μου εγχειρίδιο για το αντικείμενο, αν και τώρα πια υπάρχουν πολύ περισσότερα διαθέσιμα για να επιλέξει κανείς. Γιατί λοιπόν να γράψει κανείς ένα ακόμα;

Η απάντηση σε αυτό το ερώτημα έγινε σε μένα πιο σαφής όταν προσπάθησα να καταστρώσω ένα μάθημα κβαντικής οπτικής ως επιμέρους αντικείμενο μιας μεγαλύτερης ενότητας με τίτλο «Θέματα σύγχρονης φυσικής». Το μάθημα αυτό το παρακολουθούν προπτυχιακοί φοιτητές στο τελευταίο εξάμηνο των σπουδών τους, και έχει στόχο να τους παρουσιάσει ορισμένα τρέχοντα ερευνητικά ζητήματα. Ξεκίνησα να σχεδιάζω ένα μάθημα που θα κάλυπτε λίγες βασικές έννοιες σχετικά με τη στατιστική φωτονίων, την κβαντική κρυπτογραφία και τη συμπύκνωση Bose-Einstein, ελπίζοντας ότι θα εύρισκα ένα κατάλληλο βιβλίο για να συστήσω στους φοιτητές. Ωστόσο, μια σύντομη επισκόπηση των διαθέσιμων εγχειριδίων κβαντικής οπτικής με οδήγησε στο συμπέρασμα ότι εν γένει βρίσκονταν σε επίπεδο που ήταν αποτρεπτικά υψηλό για το φοιτητικό μου ακροατήριο. Επιπλέον, στα περισσότερα η παρουσίαση της ύλης επικεντρωνόταν στη μαθηματική πραγμάτευσή της. Συμπέρανα λοιπόν απρόθυμα ότι θα έπρεπε να γράψω εγώ ο ίδιος το βιβλίο που αναζητούσα. Το τελικό αποτέλεσμα είναι αυτό που έχετε στα χέρια σας. Ελπίζω ότι θα λειτουργήσει αφ' ενός σαν μια χρήσιμη βασική εισαγωγή, και αφ' ετέρου σαν ένα νόστιμο «ορεκτικό» για τα υψηλότερου επιπέδου εγχειρίδια, όπως αυτό του Loudon.

Επεξεργαζόμενος τις σημειώσεις μου για το μάθημα προκειμένου να πάρουν τη μορφή ενός πλήρους βιβλίου, το πρώτο πρόβλημα που αντιμετώπισα ήταν η επιλογή των θεμάτων. Τα παραδοσιακά βιβλία κβαντικής οπτικής, όπως αυτό του Loudon, ξεκινούν από την παραδοχή ότι το αντικείμενο αφορά κυρίως τις ιδιότητες του ίδιου του φωτός. Ταυτόχρονα, είναι φανερό πως ο ορίζοντας του αντικειμένου έχει διευ-

ρυνθεί σημαντικά, τουλάχιστον για πολλούς από όσους εργάζονται σε αυτό. Για τον λόγο αυτό, συμπεριέλαβα ένα ευρύ φάσμα θεμάτων τα οποία μάλλον δεν θα είχαν θέση σε ένα εγχειρίδιο κβαντικής οπτικής πριν από 20 χρόνια. Πιθανότατα κάποιος άλλος που θα έγραφε ένα παρόμοιο βιβλίο θα έκανε διαφορετική επιλογή θεμάτων. Η δική μου επιλογή βασίστηκε κυρίως στο πώς αντιλαμβάνομαι τα κεντρικές περιοχές του γνωστικού αντικειμένου, αλλά αντανακλά επίσης σε κάποιο βαθμό τα προσωπικά μου ερευνητικά ενδιαφέροντα. Γι' αυτό τον λόγο, υπάρχουν μάλλον περισσότερα του αναμενομένου παραδείγματα κβαντοοπτικών φαινομένων σε συστήματα στερεάς κατάστασης.

Κάποια από τα θέματα που αποφάσισα να συμπεριλάβω εξακολουθούσαν να εξελίσσονται ταχύτατα την περίοδο που γραφόταν αυτό το βιβλίο. Αυτό ισχύει ιδιαίτερα για τα ζητήματα της τεχνολογίας της κβαντικής πληροφορίας τα οποία καλύπτονται στο Μέρος IV. Οποιαδήποτε προσπάθειά μου να παρουσιάσω μια λεπτομερή επισκόπηση της τωρινής κατάστασης των πειραμάτων σε αυτά τα πεδία θα ήταν σχετικώς μάταια, αφού η επισκόπηση αυτή θα γινόταν πολύ σύντομα παρωχημένη. Για τον σκοπό αυτό, υιοθέτησα τη στρατηγική να εξηγώ αρχικά τις βασικές αρχές και κατόπιν να τις αποσαφηνίζω με λίγα πρόσφατα αποτελέσματα. Ελπίζω ότι τα κεφάλαια του βιβλίου θα επαρκούν για να κατανοήσουν τις θεμελιώδεις έννοιες οι φοιτητές που προσεγγίζουν για πρώτη φορά το αντικείμενο, και θα τους επιτρέπουν έτσι να μεταβούν στην ερευνητική βιβλιογραφία σε περίπτωση που θέλουν να εντυπώσουν λεπτομερέστερα σε κάποια ζητήματα.

Για κάποιο διάστημα, σκεπτόμουν να παραθέσω στις ενότητες «Περαιτέρω μελέτη» παραπομπές σε διάφορους δικτυακούς τόπους, αλλά καθώς οι σύνδεσμοι σε αυτούς τους δικτυότοπους αλλάζουν συχνά, τελικά συμπεριέλαβα ελάχιστες τέτοιες παραπομπές. Είμαι βέβαιος ότι ο σύγχρονος «υπολογιστικά εγγράμματος» φοιτητής θα μπορεί να εντοπίσει αυτούς τους δικτυότοπους πολύ πιο εύκολα απ' ό,τι εγώ, οπότε αφήνω αυτό το έργο στην πρωτοβουλία των αναγνωστών. Κατά ευτυχή συγκυρία, το βιβλίο πήγε στο τυπογραφείο το 2005, στην εκατοστή επέτειο από τη δημοσίευση της εργασίας του Einstein για το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο, κι έτσι υπάρχουν πολλά άρθρα που μπορούν να εξάψουν το ενδιαφέρον των φοιτητών για αυτό το αντικείμενο. Επιπλέον, χάρις στην απονομή του Βραβείου Nobel για τη Φυσική του 2005 στον Roy Glauber «για τη συμβολή του στην κβαντική θεωρία της οπτικής συμφωνίας», έχουν προκύψει πολλές ευρύτερα προσβάσιμες πηγές πληροφοριών.

Ένα ζήτημα που ανέκυψε αφότου έλαβα ανασκοπήσεις του αρχικού μου σχεδίου για το βιβλίο ήταν η δυσκολία να γίνει το αντικείμενο βατό χωρίς να υπεραπλουστευτεί χονδροειδώς η ουσιώδης φυσική του. Ως συνέπεια αυτών των ανασκοπήσεων, ίσως κάποιες ενότητες του βιβλίου να βρίσκονται σε επίπεδο κάπως υψηλότερο από το κατάλληλο για το αρχικό μου ακροατήριο (τελειόφοιτους προπτυχιακούς φοιτητές), και μάλιστα ίσως να είναι πιο κατάλληλες για το πρώτο έτος ενός μεταπτυχιακού κύκλου. Παρ' όλα αυτά, προσπάθησα να κρατήσω το μαθηματικό φορτίο στο ελάχιστο δυνατό, και να συγκεντρωθώ σε εξηγήσεις που βασίζονται στη φυσική κατανόηση των πειραμάτων που έχουν πραγματοποιηθεί.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω αρκετούς ανθρώπους που με βοήθησαν σε διάφορα στάδια της προετοιμασίας αυτού του βιβλίου. Κατ' αρχάς, θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους τους ανώνυμους αναγνώστες που έκαναν πολλές χρήσιμες υποδείξεις και επισήμαναν αρκετά λάθη στις πρώτες εκδοχές του χειρογράφου. Δεύτερον, θα ήθελα να ευχαριστήσω διάφορους συναδέλφους για την κριτική ανάγνωση εκ μέρους τους τμημάτων του χειρογράφου, ιδιαίτερα τον Δρα Brendon Lovett για το Κεφάλαιο 13,

και τους Δρα Gerald Buller και Robert Collins για το Κεφάλαιο 12. Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω τον Δρα Ed Daw που με βοήθησε να κατανοήσω τα συμβολόμετρα κυμάτων βαρύτητας. Οφείλω μια ιδιαίτερη ευχαριστία στον Δρα Geoff Brooker, για την κριτική ανάγνωση ολόκληρου του χειρογράφου. Τρίτον, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Sonke Adlung της Oxford University Press για την υποστήριξη και την υπομονή του σε όλη τη διάρκεια της εργασίας, και την Anita Petrie για την επίβλεψη της διαδικασίας παραγωγής. Είμαι επίσης ευγνώμων στον Δρα Mark Hopkinson για την εικόνα ΗΜΔ στο Σχ. Δ.3, και στον Δρα Robert Taylor για το Σχ. 4.7. Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέψαντα τη διδακτορική μου διατριβή, Καθηγητή John Ryan, ο οποίος με έστρεψε αρχικά προς την κβαντική οπτική, καθώς και τους πολλούς συναδέλφους που με έχουν βοηθήσει να πραγματοποιήσω διάφορα πειράματα κβαντικής οπτικής στην καριέρα μου.

Sheffield
Ιούνιος 2005

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

1.1 Τι είναι η κβαντική οπτική;

Η κβαντική οπτική είναι το γνωστικό αντικείμενο που πραγματεύεται οπτικά φαινόμενα τα οποία μπορούν να εξηγηθούν μόνο αν αντιμετωπίσει κανείς το φως ως ρεύμα φωτονίων, και όχι ως ηλεκτρομαγνητικό κύμα. Αν και θεωρητικά η κβαντική οπτική έχει την ίδια ηλικία με την ίδια την κβαντική θεωρία, στην πράξη είναι ένας σχετικά «νεαρός» κλάδος, και στην πραγματικότητα έχει έρθει στο προσκήνιο κατά το τελευταίο τέταρτο του εικοστού αιώνα.

Στην προοδευτική ανάπτυξη της θεωρίας του φωτός, διακρίνονται με σαφήνεια τρεις γενικές προσεγγίσεις, και συγκεκριμένα η **κλασική**, η **ημικλασική** και η **κβαντική** θεωρία: οι προσεγγίσεις αυτές περιγράφονται επιγραμματικά στον Πίνακα 1.1. Εξυπακούεται ότι μόνο η πλήρως κβαντική οπτική προσέγγιση είναι απόλυτα συνεπής τόσο με τον εαυτό της όσο και με το πλήρες σώμα των πειραματικών δεδομένων. Ωστόσο, στις περισσότερες περιπτώσεις οι ημικλασικές θεωρίες είναι επίσης επαρκείς. Για παράδειγμα, σε μια εισαγωγική πραγμάτευση της θεωρίας της απορρόφησης του φωτός από τα άτομα, συνήθως εφαρμόζει κανείς την κβαντομηχανική στα άτομα, αλλά αντιμετωπίζει το φως ως κλασικό ηλεκτρομαγνητικό κύμα.

Το ερώτημα που θα πρέπει κανείς να θέσει πραγματικά προκειμένου να ορίσει το αντικείμενο της κβαντικής οπτικής είναι κατά πόσο υπάρχουν φαινόμενα που δεν μπορούν να εξηγηθούν στο ημικλασικό πλαίσιο. Παρ' ότι θα σας φανεί ίσως αναπάντεχο, τέτοιου είδους φαινόμενα είναι σχετικά λίγα. Μάλιστα, μέχρι πριν από 30 χρόνια περίπου, υπήρχαν ελαχιστότατα φαινόμενα –κυρίως αυτά που σχετίζονται με το πεδίο του κενού, όπως η αυθόρμητη εκπομπή και η μετατόπιση Lamb– τα οποία απαιτούσαν πραγματικά ένα κβαντικό μοντέλο του φωτός.

Ας εξετάσουμε ένα μόνο παράδειγμα το οποίο φαίνεται να απαιτεί μια φωτονιακή περιγραφή του φωτός: το **φωτοηλεκτρικό φαινόμενο**, το οποίο περιγράφει την εκδίωξη ηλεκτρονίων από ένα μέταλλο μέσω της πρόσπτωσης φωτός. Το φαινόμενο αυτό εξηγήθηκε αρχικά το 1905 από τον Einstein, ο οποίος αντιλήφθηκε ότι τα άτομα θα πρέπει να απορροφούν ενέργεια από τη φωτεινή δέσμη σε κβαντωμένα «πακέτα». Όπως έδειξε όμως μεταγενέστερη προσεκτική ανάλυση, τελικά θα μπορούσε κανείς να ερμηνεύσει τα αποτελέσματα αντιμετωπίζοντας μόνο τα άτομα ως κβαντωμένα αντικείμενα, και το φως ως κλασικό ηλεκτρομαγνητικό κύμα. Με ανάλογο σκεπτικό, μπορεί να δειχθεί ότι οι μεμονωμένοι παλμοί που εκπέμπονται από

1.1 Τι είναι η κβαντική οπτική; .	3
1.2 Συνοπτική ιστορία της κβαντικής οπτικής	4
1.3 Πώς να χρησιμοποιήσετε αυτό το βιβλίο	6

Πίνακας 1.1: Οι τρεις διαφορετικές προσεγγίσεις που χρησιμοποιούνται για την περιγραφή της αλληλεπίδρασης μεταξύ φωτός και ύλης. Στην κλασική φυσική το φως νοείται ως ηλεκτρομαγνητικό κύμα, αλλά η κβαντική οπτική πραγματεύεται το φως ως ρεύμα φωτονίων, δηλαδή εμπεριέχει την κβαντική φύση του φωτός.

Μοντέλο	Άτομα	Φως
Κλασικό	Ερτζιανά δίπολα	Κύματα
Ημικλασικό	Κβαντωμένα	Κύματα
Κβαντικό	Κβαντωμένα	Φωτόνια

Πίνακας 1.2: Επιμέρους θέματα που αναπτύχθηκαν στα πρόσφατα Ευρωπαϊκά Συνέδρια Κβαντικής Οπτικής

Έτος	Θέμα
1998	Ψύξη και καθοδήγηση ατόμων, φασματοσκοπία και συμπίεση μέσω λείζερ
1999	Κβαντική οπτική σε ημιαγωγικά υλικά, κβαντικές δομές
2000	Πειραματικές τεχνολογίες κβαντικής χειραγώγησης
2002	Κβαντική ατομική οπτική: από την κβαντική επιστήμη στην τεχνολογία
2003	QED κοιλοτήτων και κβαντικές διακυμάνσεις: από τις θεμελιώδεις έννοιες στη νανοτεχνολογία

Πηγή: European Science Foundation, <http://www.esf.org>.

«μονοφωτονιακούς καταμετρητικούς» ανιχνευτές δεν σημαίνουν απαραίτητα ότι το φως αποτελείται από φωτόνια. Πράγματι, στις περισσότερες περιπτώσεις, οι παλμοί εξόδου μπορούν να εξηγηθούν στο πλαίσιο της πιθανοκρατικής εκδίωξης ενός μεμονωμένου ηλεκτρονίου από μία εκ των κβαντωμένων καταστάσεων κάποιου ατόμου υπό την επίδραση ενός κλασικού κύματος φωτός. Συνεπώς, παρ' όλο που τα πειράματα αυτά συντείνουν προς τη φωτονιακή εικόνα του φωτός, δεν παρέχουν αδιάσειστες αποδείξεις.

Ο κλάδος της κβαντικής οπτικής όπως τον γνωρίζουμε σήμερα ξεκίνησε να αναπτύσσεται μόλις στα τέλη της δεκαετίας του 1970. Εκείνη την εποχή προέκυψαν οι πρώτες πειστικές εργαστηριακές παρατηρήσεις φαινομένων που παρέχουν άμεσες ενδείξεις της φωτονιακής φύσης του φωτός, όπως η αποσυσπείρωση φωτονίων. Από τότε μέχρι σήμερα, ο ορίζοντας του γνωστικού αντικείμενου έχει διευρυνθεί σε εκπληκτικό βαθμό, και πλέον περιλαμβάνει πολλά νέα θέματα που υπερβαίνουν κατά πολύ τη στενή μελέτη του ίδιου του φωτός. Αυτό είναι εμφανές από τον Πίνακα 1.2, στον οποίο παρατίθεται ο κατάλογος των εξειδικευμένων θεμάτων που επιλέχθηκαν για τα πρόσφατα Ευρωπαϊκά Συνέδρια Κβαντικής Οπτικής. Στο βιβλίο αυτό, το γνωστικό αντικείμενο της κβαντικής οπτικής νοείται υπό αυτήν τη διευρυμένη, και όχι υπό τη στενή έννοια.

1.2 Συνοπτική ιστορία της κβαντικής οπτικής

Για να αντιληφθούμε καλύτερα πώς εντάσσεται το αντικείμενο της κβαντικής οπτικής στην ευρύτερη εικόνα της κβαντικής θεωρίας, ας διατρέξουμε μια συνοπτική ιστορία της ανάπτυξής της. Στον Πίνακα 1.3 παρατίθενται επιγραμματικά κάποια από τα πιο σημαντικά ορόσημα αυτής της πορείας, μαζί με ορισμένα πρόσφατα επιτεύγματα.

Στα πρώτα στάδια της ανάπτυξης της οπτικής, διατυπώθηκαν δύο αντίπαλες θεωρίες: η σωματιδιακή θεωρία, η οποία προτάθηκε από τον Νεύτωνα, και η κυματική θεωρία, η οποία διαμορφώθηκε από τον, σύγχρονο του Νεύτωνα, Ολλανδό φυσικό Huygens. Η κυματική θεωρία δικαιώθηκε με πειστικό τρόπο από το πείραμα της διπλής σχισμής που πραγματοποίησε ο Young το 1801, και από την κυματική ερμηνεία της περίθλασης από τον Fresnel, το 1815. Στη συνέχεια, απέκτησε μια στέρεη θεωρητική βάση με την εξαγωγή της ηλεκτρομαγνητικής κυματικής εξίσωσης από τον Maxwell, το 1873. Έτσι, στα τέλη του 19ου αιώνα η σωματιδιακή θεωρία είχε υποβιβαστεί σε ζήτημα καθαρά ιστορικού ενδιαφέροντος.

Η κατάσταση αυτή άλλαξε ριζικά το 1901 μέσω της υπόθεσης του Planck ότι η ακτινοβολία μέλανος σώματος εκπέμπεται σε διακριτά πακέτα ενέργειας, τα οποία ονομάστηκαν *κβάντα*. Χάρης σε αυτήν την παραδοχή, ο Planck κατόρθωσε να λύσει

Πίνακας 1.3: Επιλεγμένα ορόσημα στην ανάπτυξη της κβαντικής οπτικής, μαζί με ορισμένα πρόσφατα επιτεύγματα. Στην τελευταία στήλη υποδεικνύεται το κεφάλαιο του βιβλίου όπου αναπτύσσεται το σχετικό θέμα.

Έτος	Πρόσωπα	Νέα εξέλιξη	Κεφάλαιο
1901	Planck	Θεωρία ακτινοβολίας μέλανος σώματος	5
1905	Einstein	Εξήγηση του φωτοηλεκτρικού φαινομένου	5
1909	Taylor	Συμβολή μεμονωμένων κβάντων	14
1909	Einstein	Διακυμάνσεις ακτινοβολίας	5
1927	Dirac	Κβαντική θεωρία της ακτινοβολίας	8
1956	Hanbury Brown και Twiss	Συμβολόμετρο έντασης	6
1963	Glauber	Κβαντικές καταστάσεις του φωτός	8
1972	Gibbs	Οπτικές ταλαντώσεις Rabi	9
1977	Kimble, Dagenais, και Mandel	Αποσυσπείρωση φωτονίων	6
1981	Aspect, Grangier, και Roger	Παραβιάσεις της ανισότητας του Bell	14
1985	Slusher <i>et al.</i>	Συμπιεσμένο φως	7
1987	Hong, Ou, και Mandel	Πειράματα μονοφωτονιακής συμβολής	14
1992	Bennett, Brassard <i>et al.</i>	Πειραματική κβαντική κρυπτογραφία	12
1995	Turchette, Kimble <i>et al.</i>	Πύλη κβαντικής φάσης	10, 13
1995	Anderson, Wieman, Cornell <i>et al.</i>	Συμπύκνωση ατόμων κατά Bose-Einstein	11
1997	Mewes, Ketterle <i>et al.</i>	Λέιζερ ατόμων	11
1997	Bouwmeester <i>et al.</i> , Boschi <i>et al.</i>	Κβαντική τηλεμεταφορά φωτονίων	14
2002	Yuan <i>et al.</i>	Μονοφωτονιακή φωτοεκπέμπουσα δίοδος	6

το πρόβλημα της υπερϊόδους καταστροφής, το οποίο είχε αποτελέσει πραγματικό αίνιγμα για τους φυσικούς επί πολλά χρόνια. Τέσσερα χρόνια αργότερα, το 1905, ο Einstein εφάρμοσε την κβαντική θεωρία του Planck για να εξηγήσει το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο. Αν και οι πρωτοποριακές αυτές ιδέες έθεσαν τα θεμέλια για την κβαντική θεωρία του φωτός και των ατόμων, ωστόσο δεν προσέφεραν καθ' εαυτές άμεσες πειραματικές ενδείξεις της κβαντικής φύσης του φωτός. Όπως προαναφέραμε, αυτό που πιστοποιούν στην πραγματικότητα είναι ότι *κάτι* είναι κβαντωμένο, χωρίς όμως να αποδεικνύουν ρητά ότι αυτό που είναι κβαντωμένο είναι το *φως*.

Η πρώτη σοβαρή απόπειρα για ένα πραγματικό πείραμα κβαντικής οπτικής έγινε το 1909 από τον Taylor, ο οποίος, στο πλαίσιο ενός πειράματος σχισμών τύπου Young, μείωσε σταδιακά την ένταση της φωτεινής δέσμης μέχρι το σημείο όπου ανά πάσα στιγμή θα υπήρχε μόνο ένα κβάντο ενέργειας στην πειραματική διάταξη. Το συμβολόγραμμα που προέκυψε καταγράφηκε μέσω μιας φωτογραφικής πλάκας με πολύ μεγάλο χρόνο έκθεσης. Προς απογοήτευσή του, δεν εντόπισε καμία αξιοσημείωτη μεταβολή στη μορφή του, ακόμη και στις χαμηλότερες δυνατές εντάσεις.

Την ίδια χρονιά, ο Einstein μελέτησε τις ενεργειακές διακυμάνσεις της ακτινοβολίας μέλανος σώματος. Στο πλαίσιο αυτής της μελέτης, έδειξε ότι λόγω της διακριτής φύσης της ενέργειας ακτινοβολίας προέκυπτε ένας επιπλέον όρος ανάλογος προς το μέσο πλήθος των κβάντων, προβλέποντας με τον τρόπο αυτό τη σύγχρονη θεωρία της στατιστικής φωτονίων.

Η τυπική θεωρία της κβάντωσης του φωτός διαμορφώθηκε τη δεκαετία του 1920, μετά τη γέννηση της κβαντικής μηχανικής. Το 1926 επινοήθηκε ο όρος «φωτόνιο» από τον Gilbert Lewis, ενώ τον επόμενο χρόνο ο Dirac δημοσίευσε το γόνιμο άρθρο του σχετικά με την κβαντική θεωρία της ακτινοβολίας. Στα χρόνια που ακολούθησαν, όμως, το μεγαλύτερο βάρος δόθηκε στον υπολογισμό των οπτικών φασμάτων των ατόμων, και η αναζήτηση κβαντικών φαινομένων που να σχετίζονται άμεσα με το ίδιο το φως πέρασε σε δεύτερη μοίρα.

Ο σύγχρονος κλάδος της κβαντικής οπτικής γεννήθηκε ουσιαστικά το 1956, με την εργασία των Hanbury Brown και Twiss. Τα πειράματά τους με αντικείμενο τις συσχετίσεις μεταξύ εντάσεων αστρικού φωτός οι οποίες καταγράφονταν σε δύο ανεξάρτητους ανιχνευτές προκάλεσαν θύελλα αντιπαραθέσεων. Όπως αποδείχθηκε στη συνέχεια, ήταν δυνατόν να εξηγήσει κανείς τα αποτελέσματα των συγκεκριμένων πειραμάτων αντιμετωπίζοντας το φως κλασικά και εφαρμόζοντας την κβαντική θεωρία μόνο στη διαδικασία της φωτοανίχνευσης. Ωστόσο, τα πειράματα αυτά εξακολουθούν να θεωρούνται ορόσημο για τον κλάδο, καθώς αποτέλεσαν την πρώτη σοβαρή απόπειρα μέτρησης των διακυμάνσεων στην ένταση του φωτός σε μικρές κλίμακες χρόνου. Η εξέλιξη αυτή άνοιξε τον δρόμο για πιο περίτεχνα πειράματα στατιστικής φωτονίων, τα οποία έμελλε τελικά να οδηγήσουν στην παρατήρηση οπτικών φαινομένων που δεν μπορούν να εξηγηθούν κλασικά.

Με την επινόηση του λέιζερ, το 1960, αναπτύχθηκε νέο ενδιαφέρον για τον κλάδο. Δημιουργήθηκε η ελπίδα ότι το φως λέιζερ θα διέφερε ουσιωδώς ως προς τις ιδιότητές του από τις συμβατικές πηγές, αλλά οι προσδοκίες αυτές διαψεύστηκαν. Ο πρώτος ο οποίος έδωσε, το 1963, σαφείς ενδείξεις για το πού θα έπρεπε να αναζητηθούν σαφή κβαντοοπτικά φαινόμενα ήταν ο Glauber, ο οποίος περιέγραψε νέες καταστάσεις του φωτός με διαφορετικές στατιστικές ιδιότητες από εκείνες του κλασικού φωτός. Οι μη κλασικές αυτές ιδιότητες επιβεβαιώθηκαν πειραματικά από τους Kimble, Dagenais και Mandel το 1977, όταν παρατηρήθηκε για πρώτη φορά η αποσπείρωση φωτονίων. Οκτώ χρόνια αργότερα, οι Slusher *et al.* συμπλήρωσαν την εικόνα με την παραγωγή συμπιεσμένου φωτός στο εργαστήριο.

Τα τελευταία χρόνια, ο κλάδος έχει διευρυνθεί, και πλέον συμπεριλαμβάνει τα συναφή αντικείμενα της κβαντικής επεξεργασίας πληροφοριών και των ελεγχόμενων αλληλεπιδράσεων φωτός-ύλης. Ορόσημο από αυτή την πλευρά θα μπορούσε ίσως να θεωρηθεί η εργασία του Aspect και των συνεργατών του από το 1981 και μετά, οι οποίοι χρησιμοποιώντας τα συμπλεγμένα φωτόνια από μια ατομική ριπή κατέδειξαν παραβιάσεις της ανισότητας του Bell, δείχνοντας με αυτόν τον τρόπο πώς μπορεί να εφαρμοστεί η κβαντική οπτική σε άλλους κλάδους της φυσικής. Από τότε, οι περιπτώσεις χρήσης της κβαντικής οπτικής σε ολοένα και ευρύτερες εφαρμογές αυξάνονται διαρκώς. Στον Πίνακα 1.3 παρατίθενται ορισμένα από τα σημαντικότερα πρόσφατα επιτεύγματα.

Από την παραπάνω συνοπτική και ατελή επισκόπηση της ανάπτυξης της κβαντικής οπτικής είναι φανερό ότι ο κλάδος αυτός έχει «ενηλικιωθεί» τα τελευταία χρόνια. Δεν είναι πλέον ένας τομέας υψηλής, κυρίως ακαδημαϊκής, εξειδίκευσης με λίγες εφαρμογές στον πραγματικό κόσμο, αλλά ένα ακμαίο πεδίο με ολοένα διευρυνόμενο ορίζοντα.

1.3 Πώς να χρησιμοποιήσετε αυτό το βιβλίο

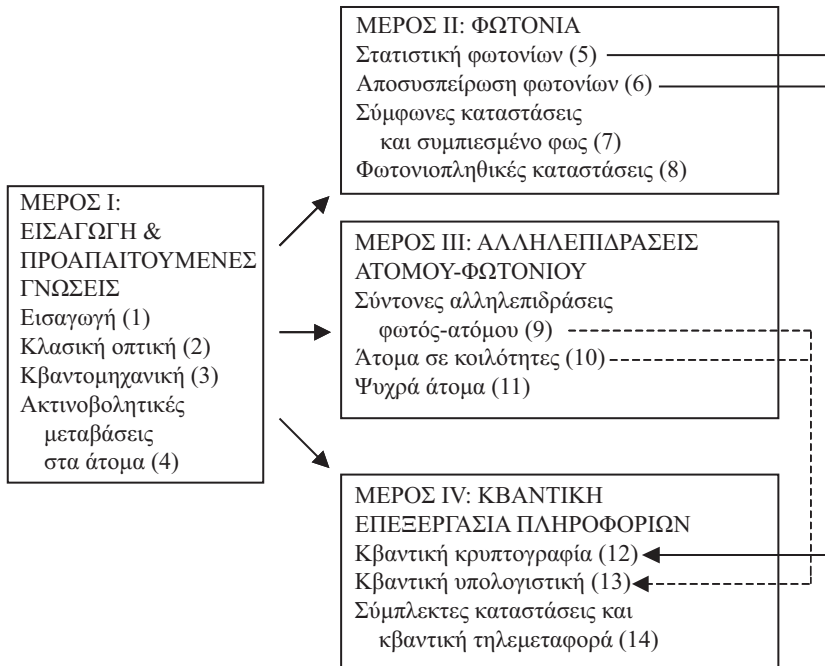
Η δομή αυτού του βιβλίου απεικονίζεται συνοπτικά στο Σχ. 1.1. Το βιβλίο χωρίζεται σε τέσσερα μέρη:

Μέρος I Εισαγωγή και προαπαιτούμενες γνώσεις.

Μέρος II Φωτόνια.

Μέρος III Αλληλεπιδράσεις ατόμων-φωτονίων.

Μέρος IV Κβαντική επεξεργασία πληροφοριών.



Σχήμα 1.1: Σχηματική αναπαράσταση της ανάπτυξης των διαφόρων θεμάτων στο εσωτερικό του βιβλίου. Οι αριθμοί στις παρενθέσεις είναι οι αριθμοί των αντίστοιχων κεφαλαίων.

Το Μέρος I περιλαμβάνει την εισαγωγή και την ύλη «υποβάθρου» η οποία αποτελεί την αφετηρία για το υπόλοιπο του βιβλίου, ενώ στα μέρη II-IV αναπτύσσεται η καινούργια ύλη.

Οι προαπαιτούμενες γνώσεις του Μέρους I έχουν συμπεριληφθεί τόσο χάριν επανάληψης όσο και για να καλυφθούν τυχόν μικρά κενά στις πρότερες γνώσεις που θεωρούνται δεδομένες. Στο τέλος του κάθε κεφαλαίου υπάρχουν λίγες ασκήσεις προκειμένου να διευκολυνθεί η διαδικασία της επανάληψης. Υπάρχουν όμως δύο ενότητες στο Κεφάλαιο 2 οι οποίες ίσως να χρειάζονται πιο προσεκτική μελέτη. Στην πρώτη, την Ενότητα 2.3, εξετάζεται η συνάρτηση συσχέτισης πρώτης τάξης, ενώ η δεύτερη, η Ενότητα 2.4, αποτελεί μια επισκόπηση της μη γραμμικής οπτικής. Καθώς τα συγκεκριμένα θέματα πολλές φορές δεν καλύπτονται στα εισαγωγικά μαθήματα οπτικής, συνιστούμε στους αναγνώστες που δεν είναι εξοικειωμένοι με αυτά να μελετήσουν τις παραπάνω ενότητες προτού προχωρήσουν στα Μέρη II-IV.

Η νέα ύλη που αναπτύσσεται σε αυτό το βιβλίο έχει διαρθρωθεί έτσι ώστε τα Μέρη II-IV να είναι λίγο-πολύ ανεξάρτητα μεταξύ τους και να μπορούν να μελετηθούν ξεχωριστά. Ταυτόχρονα, είναι προφανές ότι υπάρχουν κάποιες παραπομπές μεταξύ των διαφόρων μερών, οι βασικότερες από τις οποίες υποδεικνύονται με τα βέλη στο Σχ. 1.1. Όλα τα κεφάλαια των Μερών II-IV περιλαμβάνουν λυμένα παραδείγματα και αρκετές ασκήσεις. Οι λύσεις για ορισμένες από τις ασκήσεις σκιαγραφούνται στο τέλος του βιβλίου, όπου παρατίθενται και οι αριθμητικές απαντήσεις σε όλες τις ασκήσεις. Το βιβλίο ολοκληρώνεται με έξι παραρτήματα, όπου αναπτύσσονται κάποια επιλεγμένα ζητήματα, και παρουσιάζεται μια σύνοψη διαφόρων σχετικών θεμάτων που συνδέονται με τα βασικά αντικείμενα μελέτης τα οποία αναπτύσσονται στα Μέρη II-IV.

Κεφάλαιο 2

Κλασική οπτική

2.1	Εξισώσεις του Maxwell και ηλεκτρομαγνητικά κύματα	8
2.2	Περίθλαση και συμβολή .	13
2.3	Συμφωνία	16
2.4	Μη γραμμική οπτική . .	19

Ένα εγχειρίδιο κβαντικής οπτικής ενδείκνυται να αρχίζει με μια σύντομη επισκόπηση της κλασικής περιγραφής του φωτός. Η περιγραφή αυτή, η οποία βασίζεται στη θεωρία των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων που διέπονται από τις εξισώσεις του Maxwell, επαρκεί για να εξηγηθεί η πλειονότητα των οπτικών φαινομένων, ενώ υπέρ αυτής συνηγορεί ένα πολύ πειστικό σώμα πειραματικών δεδομένων. Αυτός είναι και ο λόγος που στα περισσότερα εγχειρίδια οπτικής η ανάπτυξη γίνεται με βάση την κυματική θεωρία και τη θεωρία ακτίνων, ενώ η κβαντική οπτική αρκείται σε μια σύντομη μνεία. Ως εκ τούτου, στο βιβλίο αυτό θα επικαλούμαστε την κβαντική θεωρία μόνο όταν οι κλασικές εξηγήσεις είναι ανεπαρκείς.

Στο κεφάλαιο αυτό, θα παραθέσουμε μια επισκόπηση των στοιχείων του ηλεκτρομαγνητισμού και της κλασικής οπτικής που σχετίζονται με τα επόμενα κεφάλαια του βιβλίου. Υποθέτουμε ότι ο αναγνώστης είναι ήδη εξοικειωμένος με αυτά τα ζητήματα, και συνεπώς το σχετικό υλικό παρουσιάζεται σε συνοπτική μορφή. Το κεφάλαιο περιλαμβάνει επίσης μια μικρή επισκόπηση της κλασικής μη γραμμικής οπτικής. Καθώς το αντικείμενο αυτό πιθανόν να είναι σχετικά άγνωστο σε κάποιους αναγνώστες, αναπτύσσεται κάπως εκτενέστερα. Στην ενότητα «Περαιτέρω μελέτη» παραθέτουμε κάποιες βιβλιογραφικές πηγές για τους αναγνώστες που δεν είναι εξοικειωμένοι με κάποια από τα ζητήματα που αναπτύσσονται εδώ.

2.1 Εξισώσεις του Maxwell και ηλεκτρομαγνητικά κύματα

Η θεωρία του φωτός ως ηλεκτρομαγνητικού κύματος αναπτύχθηκε από τον Maxwell στο δεύτερο μισό του 19ου αιώνα, και θεωρείται ένας από τους μεγαλύτερους θριάμβους της κλασικής φυσικής. Στην ενότητα αυτή θα παραθέσουμε μια σύνοψη της θεωρίας του Maxwell και των αποτελεσμάτων που απορρέουν από αυτήν.

2.1.1 Ηλεκτρομαγνητικά πεδία

Οι εξισώσεις του Maxwell είναι διατυπωμένες με επίκεντρο τα δύο θεμελιώδη ηλεκτρομαγνητικά πεδία:

- το ηλεκτρικό πεδίο, \mathcal{E} ,
- το μαγνητικό πεδίο, B .

Παλαιότερα βιβλία ηλεκτρομαγνητισμού τείνουν να ονομάζουν το \mathbf{H} μαγνητικό πεδίο και το \mathbf{B} είτε **πυκνότητα μαγνητικής ροής** είτε **μαγνητική επαγωγή**. Ωστόσο, αποτελεί πλέον κοινή πρακτική να εκφράζονται τα μαγνητικά πεδία σε μονάδες πυκνότητας ροής, και συγκεκριμένα σε Tesla. Επιπλέον, μπορεί κανείς να ισχυριστεί ότι η πιο θεμελιώδης ποσότητα είναι το \mathbf{B} , καθώς η δύναμη που υφίσταται ένα φορτίο με ταχύτητα v σε ένα μαγνητικό πεδίο συνδέεται με το \mathbf{B} μέσω της σχέσης $\mathbf{F} = qv \times \mathbf{B}$. Στο βιβλίο του Brooker (2003, §1.2) μπορεί κανείς να βρει μια λεπτομερέστερη εξήγηση της διαφοράς μεταξύ \mathbf{B} και \mathbf{H} και μια αιτιολόγηση για την επιλογή του \mathbf{B} ως μαγνητικού πεδίου. Η διάκριση δεν έχει ιδιαίτερη πρακτική σημασία για την οπτική, διότι οι δύο ποσότητες συνήθως συνδέονται γραμμικά μεταξύ τους μέσω της Εξ. 2.8.

Ορίζονται επίσης δύο άλλες μεταβλητές που σχετίζονται με αυτά τα πεδία, και συγκεκριμένα η **ηλεκτρική μετατόπιση**, D , και η αντίστοιχη μαγνητική ποσότητα, H . Δεδομένου ότι και τα δύο αυτά μεγέθη περιλαμβάνουν τις επιπτώσεις του εκάστοτε υλικού μέσου, θα πρέπει προτού διατυπώσουμε τις εξισώσεις που πρέπει να επιλυθούν να περιγράψουμε συνοπτικά πώς εκφράζεται σε ποσοτικό επίπεδο ο τρόπος απόκρισης του μέσου προς τα πεδία.

Η διηλεκτρική απόκριση ενός μέσου καθορίζεται από την **ηλεκτρική πόλωση**, P , η οποία ορίζεται ως η ηλεκτρική διπολική ροπή ανά μονάδα όγκου. Η ηλεκτρική μετατόπιση D συνδέεται με το ηλεκτρικό πεδίο E και την ηλεκτρική πόλωση P μέσω της σχέσης:

$$D = \epsilon_0 E + P. \quad (2.1)$$

Σε ένα ισότροπο μέσο, τα μικροσκοπικά δίπολα ευθυγραμμίζονται κατά την κατεύθυνση του εφαρμοζόμενου ηλεκτρικού πεδίου, και επομένως μπορούμε να γράψουμε:

$$P = \epsilon_0 \chi E, \quad (2.2)$$

όπου ϵ_0 είναι η **ηλεκτρική δεκτικότητα** του κενού ($8,854 \times 10^{-12} \text{ F m}^{-1}$, σε μονάδες SI), και χ είναι η **ηλεκτρική επιδεκτικότητα** του μέσου. Συνδυάζοντας τις Εξ. 2.1 και 2.2 έχουμε ότι

$$D = \epsilon_0 \epsilon_{\sigma\chi} E, \quad (2.3)$$

όπου

$$\epsilon_{\sigma\chi} = 1 + \chi. \quad (2.4)$$

Η ποσότητα $\epsilon_{\sigma\chi}$ είναι η **σχετική δεκτικότητα** του μέσου.

Το αντίστοιχο της Εξ. 2.1 για μαγνητικά πεδία είναι η σχέση

$$H = \frac{1}{\mu_0} B - M, \quad (2.5)$$

όπου μ_0 είναι η μαγνητική διαπερατότητα του κενού ($4\pi \times 10^{-7} \text{ H m}^{-1}$ σε μονάδες SI), και M είναι η **μαγνήτιση** του μέσου, που ορίζεται ως η μαγνητική ροπή ανά μονάδα όγκου. Σε ένα ισότροπο υλικό, η **μαγνητική επιδεκτικότητα** χ_M ορίζεται ως εξής:

$$M = \chi_M H, \quad (2.6)$$

οπότε η Εξ. 2.5 μπορεί με αναδιάταξη των όρων να γραφτεί στη μορφή

$$\begin{aligned} B &= \mu_0 (H + M) \\ &= \mu_0 (1 + \chi_M) H \\ &= \mu_0 \mu_{\sigma\chi} H, \end{aligned} \quad (2.7)$$

όπου $\mu_{\sigma\chi} = 1 + \chi_M$ είναι η **σχετική μαγνητική διαπερατότητα** του μέσου. Στο κενό, όπου $\chi_M = 0$, η παραπάνω σχέση ανάγεται στην

$$B = \mu_0 H. \quad (2.8)$$

Στην οπτική, υποθέτουμε συνήθως ότι τα μαγνητικά δίπολα που συνεισφέρουν στην χ_M είναι τόσο «βραδυκίνητα» που δεν αποκρίνονται, και συνεπώς $\mu_{\sigma\chi} = 1$. Επομένως, κατά κανόνα συσχετίζουμε το B με το H μέσω της Εξ. 2.8, και χρησιμοποιούμε εναλλακτικά το ένα ή το άλλο.

Στα ανισότροπα υλικά, η τιμή του χ εξαρτάται από την κατεύθυνση του πεδίου σε σχέση με τους άξονες του υλικού. Επομένως, για την αναπαράσταση της ηλεκτρικής επιδεκτικότητας θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί ένας τανυστής. Στα μη γραμμικά υλικά, η πόλωση εξαρτάται και από ανώτερες δυνάμεις του ηλεκτρικού πεδίου. Βλ. Ενότητα 2.4.

Ο λόγος που τα μαγνητικά υλικά είναι υπερβολικά «βραδυκίνητα» για να αποκριθούν στις οπτικές συχνότητες είναι ότι ο χρόνος μαγνητικής απόκρισης T_1 (βλ. Εξ. E.21 στο Παράρτημα E) είναι πολύ μεγαλύτερος από την περίοδο ενός οπτικού κύματος ($\sim 10^{-15}$ s). Αντιθέτως, η ηλεκτρική επιδεκτικότητα είναι μη μηδενική σε οπτικές συχνότητες, διότι περιλαμβάνει τις συνεισφορές των διπόλων που σχηματίζονται από ταλαντούμενα ηλεκτρόνια, τα οποία μπορούν να αποκριθούν εύκολα σε αυτές τις κλίμακες χρόνου.

2.1.2 Οι εξισώσεις του Maxwell

Οι νόμοι που περιγράφουν τη συνδυασμένη ηλεκτρική και μαγνητική απόκριση ενός μέσου συνοψίζονται στις **εξισώσεις του Maxwell** για τον ηλεκτρομαγνητισμό:

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho, \quad (2.9)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (2.10)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (2.11)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad (2.12)$$

όπου ρ είναι η πυκνότητα ελεύθερου φορτίου, και \mathbf{j} είναι η πυκνότητα ελεύθερου ρεύματος. Η πρώτη από αυτές τις εξισώσεις είναι ο νόμος του Gauss για την ηλεκτροστατική. Η δεύτερη είναι το αντίστοιχο του νόμου του Gauss για τη μαγνητοστατική, με την παραδοχή ότι δεν υπάρχουν ελεύθερα μαγνητικά μονόπολα. Η τρίτη εξίσωση συνδυάζει τον νόμο του Faraday και τον νόμο του Lenz για την ηλεκτρομαγνητική επαγωγή. Η τέταρτη αποτελεί μια διατύπωση του νόμου του Ampere, όπου ο δεύτερος όρος στο δεξί μέλος αντιστοιχεί στο ρεύμα μετατόπισης.

2.1.3 Ηλεκτρομαγνητικά κύματα

Όταν δεν υπάρχουν ελεύθερα φορτία ($\rho = 0$) ή ρεύματα ($\mathbf{j} = 0$), οι εξισώσεις του Maxwell επιδέχονται λύσεις κυματικού τύπου. Αυτό μπορεί να δειχθεί ως εξής: αντικαθιστούμε στην Εξ. 2.12 τα \mathbf{D} και \mathbf{H} μέσω των Εξ. 2.3 και 2.8 αντίστοιχα, οπότε έχουμε:

$$\frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{B} = \epsilon_0 \epsilon_{\sigma\chi} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}. \quad (2.13)$$

Εν συνεχεία παίρνουμε τον στροβιλισμό της Εξ. 2.11 και απαλείφουμε το $\nabla \times \mathbf{B}$ μέσω της Εξ. 2.13:

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = -\mu_0 \epsilon_0 \epsilon_{\sigma\chi} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}. \quad (2.14)$$

Τέλος, χρησιμοποιώντας τη διανυσματική ταυτότητα

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E}, \quad (2.15)$$

και το γεγονός ότι $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$ (βλ. Εξ. 2.9 όπου $\rho = 0$ και το \mathbf{D} δίνεται από την Εξ. 2.3), έχουμε το τελικό αποτέλεσμα:

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_{\sigma\chi} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}. \quad (2.16)$$

Η Εξ. 2.16 περιγράφει ηλεκτρομαγνητικά κύματα με ταχύτητα v η οποία δίνεται από τη σχέση

$$\frac{1}{v^2} = \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_{\sigma\chi}. \quad (2.17)$$

Η εξίσωση για τη μετατόπιση (Σ.τ.Μ.: από τη «θέση ισορροπίας») σε ένα κύμα που διαδίδεται κατά την κατεύθυνση x με ταχύτητα v είναι:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}.$$

Η Εξίσωση 2.16 αναπαριστά μια γενίκευση της σχέσης αυτής για την περίπτωση ενός κύματος που διαδίδεται στον τριδιάστατο χώρο.

Στο κενό, έχουμε $\epsilon_{σχ} = 1$, οπότε η ταχύτητα είναι:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = 2,998 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}. \quad (2.18)$$

Σε ένα διηλεκτρικό μέσο, η ταχύτητα είναι αντίστοιχα:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_{σχ}}} c \equiv \frac{c}{n}, \quad (2.19)$$

όπου n είναι ο δείκτης διάθλασης. Όπως είναι εμφανές από την Εξ. 2.19,

$$n = \sqrt{\epsilon_{σχ}}. \quad (2.20)$$

Η σχέση αυτή μας επιτρέπει να συσχετίσουμε τις οπτικές ιδιότητες ενός μέσου με τις διηλεκτρικές του ιδιότητες.

Οι συνήθεις λύσεις των εξισώσεων του Maxwell είναι εγκάρσια κύματα με το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο κάθετα μεταξύ τους. Έστω ένα κύμα γωνιακής συχνότητας ω που διαδίδεται κατά την κατεύθυνση z με το ηλεκτρικό πεδίο κατά μήκος του άξονα x , όπως φαίνεται στο Σχ. 2.1. Αν θέσουμε $\mathcal{E}_y = \mathcal{E}_z = 0$ και $B_x = B_z = 0$, οι εξισώσεις του Maxwell 2.11 και 2.13 ανάγονται στις εξής σχέσεις:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{E}_x}{\partial z} &= -\frac{\partial B_y}{\partial t} \\ -\frac{\partial B_y}{\partial z} &= \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_{σχ} \frac{\partial \mathcal{E}_x}{\partial t}. \end{aligned} \quad (2.21)$$

Οι εξισώσεις αυτές έχουν λύσεις της μορφής

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_x(z, t) &= \mathcal{E}_{x0} \cos(kz - \omega t + \phi) \\ B_y(z, t) &= B_{y0} \cos(kz - \omega t + \phi). \end{aligned} \quad (2.22)$$

όπου \mathcal{E}_{x0} είναι το πλάτος, ϕ είναι η οπτική φάση, και k είναι το κυματόνισμα:

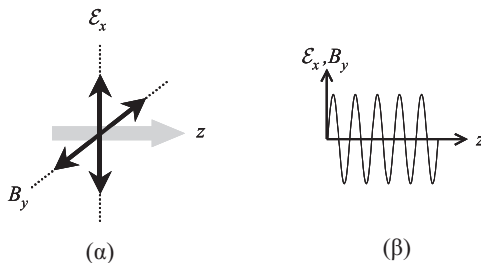
$$k = \frac{2\pi}{\lambda_\mu} = \frac{\omega}{v} = \frac{n\omega}{c}, \quad (2.23)$$

ενώ λ_μ είναι το μήκος κύματος εντός του μέσου. Θέτοντας τις εκφράσεις 2.22 στην Εξ. 2.21, έχουμε ότι

$$B_{y0} = \frac{k}{\omega} \mathcal{E}_{x0} = \frac{n}{c} \mathcal{E}_{x0}. \quad (2.24)$$

Η αντίστοιχη σχέση για το H_{y0} είναι

$$H_{y0} = \mathcal{E}_{x0}/Z, \quad (2.25)$$



Σε ορισμένες ειδικές περιπτώσεις είναι δυνατόν να βρεθούν μη εγκάρσιες λύσεις των εξισώσεων του Maxwell. Μια από αυτές είναι η περίπτωση ενός μεταλλικού κυματοδηγού. Μια άλλη είναι η περίπτωση ενός υλικού με $\epsilon_{σχ} = 0$ σε κάποια συγκεκριμένη συχνότητα. (Βλ. Άσκηση 2.1.)

Το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο μπορούν επίσης να περιγραφούν από μιγαδικές ποσότητες, της μορφής

$$\mathcal{E}_x(z, t) = \mathcal{E}_{x0} e^{i(kz - \omega t + \phi)},$$

και

$$B_y(z, t) = B_{y0} e^{i(kz - \omega t + \phi)}.$$

Με τις μιγαδικές λύσεις απλοποιούνται οι μαθηματικές πράξεις, και για τον λόγο αυτό χρησιμοποιούνται εκτενώς σε όλο το βιβλίο. Για να λάβουμε τις φυσικά μετρήσιμες ποσότητες παίρνουμε το πραγματικό μέρος του μιγαδικού κύματος. Η οπτική φάση ϕ καθορίζεται από τις εναρκτήριες συνθήκες στην πηγή η οποία παράγει το φως.

Σχήμα 2.1: Το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο ενός ηλεκτρομαγνητικού κύματος σχηματίζουν ένα δεξιόστροφο σύστημα. Στην εικόνα (α) βλέπουμε τις κατευθύνσεις των πεδίων σε ένα κύμα πολωμένο κατά τον άξονα x που διαδίδεται κατά την κατεύθυνση z , ενώ στην εικόνα (β) βλέπουμε τη χωρική μεταβολή των πεδίων.

όπου Z είναι η **εμπέδηση κύματος**:

$$Z = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0 \epsilon_{σχ}}}, \quad (2.26)$$

της οποίας η τιμή στον κενό χώρο είναι 377Ω .

Η ροή ενέργειας σε ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα μπορεί να υπολογιστεί από το **διάνυσμα Poynting**:

$$\mathbf{I} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}. \quad (2.27)$$

Το διάνυσμα Poynting δίνει την **ένταση** (δηλ. τη ροή ενέργειας (ισχύ) ανά μονάδα επιφανείας σε W m^{-2}) του φωτεινού κύματος. Θέτοντας τις εκφράσεις 2.22–2.26 στην Εξ. 2.27, και παίρνοντας τη μέση τιμή ως προς τον χρόνο σε έναν πλήρη κύκλο, έχουμε:

$$\langle I \rangle = \frac{1}{Z} \langle \mathcal{E}(t)^2 \rangle_{\text{rms}} = \frac{1}{2} c \epsilon_0 n \mathcal{E}_{x0}^2, \quad (2.28)$$

όπου το $\langle \mathcal{E}(t)^2 \rangle_{\text{rms}}$ αντιπροσωπεύει το «μέσο τετράγωνο» του ηλεκτρικού πεδίου. Βλέπουμε λοιπόν ότι η ένταση ενός φωτεινού κύματος είναι ανάλογη προς το τετράγωνο του πλάτους του ηλεκτρικού πεδίου.

2.1.4 Πόλωση

Η λέξη «πόλωση» χρησιμοποιείται τόσο για τη διηλεκτρική πόλωση \mathbf{P} όσο και για την κατεύθυνση του ηλεκτρικού πεδίου σε ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα. Το ποια έννοια είναι η κατάλληλη σε κάθε περίπτωση συνήθως είναι προφανές από τα συμφραζόμενα.

Η κατεύθυνση του ηλεκτρικού πεδίου ενός ηλεκτρομαγνητικού κύματος είναι η λεγόμενη **πόλωση**. Υπάρχουν διάφοροι δυνατοί τύποι πόλωσης.

- **Γραμμική**: το διάνυσμα του ηλεκτρικού πεδίου έχει σταθερή κατεύθυνση.
- **Κυκλική**: το διάνυσμα του ηλεκτρικού πεδίου περιστρέφεται καθώς οδεύει το κύμα, διαγράφοντας έναν γεωμετρικό κύκλο σε κάθε χρονικό κύκλο του κύματος. Το φως ονομάζεται **δεξιόστροφα κυκλικά πολωμένο** αν το διάνυσμα του ηλεκτρικού πεδίου περιστρέφεται κατά την ωρολογιακή φορά σε ένα σταθερό επίπεδο καθώς ο παρατηρητής κοιτάζει προς τη φωτεινή πηγή, και **αριστερόστροφα κυκλικά πολωμένο** αν περιστρέφεται κατά την αντίθετη φορά. Το κυκλικά πολωμένο φως μπορεί να αναλυθεί σε δύο κάθετα μεταξύ τους γραμμικά πολωμένα κύματα ίσου πλάτους με διαφορά φάσης 90° μεταξύ τους.
- **Ελλειπτική**: αυτός ο τύπος πόλωσης είναι παρόμοιος με την κυκλική, με τη διαφορά ότι τα πλάτη των δύο κάθετων γραμμικά πολωμένων κυμάτων είναι διαφορετικά μεταξύ τους, ή η φάση μεταξύ τους δεν είναι ούτε 0° ούτε 90° , και συνεπώς το ηλεκτρικό πεδίο διαγράφει μια έλλειψη καθώς οδεύει το κύμα.

Υπάρχει επίσης και

- **Μη πολωμένο** φως: φως του οποίου η πόλωση είναι τυχαία.

Συνεπώς, στο Σχήμα 2.1 απεικονίζεται ένα γραμμικά πολωμένο κύμα, με πόλωση στην κατεύθυνση του άξονα x .

Στον κενό χώρο, η πόλωση ενός κύματος είναι σταθερή καθώς αυτό οδεύει. Σε ορισμένα ανισότροπα υλικά, όμως, η πόλωση μπορεί να μεταβάλλεται καθώς οδεύει το κύμα. Μια συνήθης εκδήλωση οπτικής ανισοτροπίας που παρατηρείται σε μη

Το κυκλικά πολωμένο φως ονομάζεται επίσης «θετικό» ή «αρνητικό» ανάλογα με τον αν περιστρέφεται κατά την ωρολογιακή ή την αντιωρολογιακή φορά όπως παρατηρείται από την πηγή. Επομένως, η θετική κυκλική πόλωση ισοδυναμεί με την αριστερόστροφη κυκλική πόλωση, και αντιστρόφως.

απορροφητικά υλικά είναι το φαινόμενο της **διπλοδιάθλασης**. Οι διπλοδιαθλαστικοί κρύσταλλοι διαχωρίζουν μια τυχαία πολωμένη δέσμη σε δύο δέσμες πολωμένες κάθετα μεταξύ τους, που ονομάζονται **τακτική ακτίνα** και **έκτακτη ακτίνα**. Αυτές οι δύο ακτίνες υπόκεινται σε διαφορετικούς δείκτες διάθλασης, n_t και n_e , αντίστοιχα.

Ο **πολωτικός διαιρέτης δέσμης** (ΠΔΔ) είναι ένα σημαντικό στοιχείο πολλών κβαντοοπτικών πειραμάτων. Ένας ΠΔΔ απαρτίζεται συνήθως από δύο συγκολλημένα μεταξύ τους διπλοδιαθλαστικά υλικά όπως ο ασβεστίτης ή ο χαλαζίας, και έχει την ιδιότητα να διαχωρίζει μια φωτεινή δέσμη στις κάθετες μεταξύ τους γραμμικά πολωμένες συνιστώσες τους, όπως φαίνεται στο Σχ. 2.2. Στο σχήμα βλέπουμε πώς επιδρά ο διαιρέτης σε μια γραμμικά πολωμένη φωτεινή δέσμη η οποία οδεύει κατά τον άξονα z , όταν οι άξονες των κρυστάλλων είναι προσανατολισμένοι έτσι ώστε οι πολώσεις εξόδου να είναι οριζόντια (ο) και κατακόρυφη (κ). Ο διαιρέτης δέσμης αναλύει το ηλεκτρικό πεδίο στις δύο συνιστώσες του κατά μήκος των αξόνων των κρυστάλλων, οπότε τα πεδία εξόδου έχουν τη μορφή:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_\kappa &= \mathcal{E}_0 \cos \theta, \\ \mathcal{E}_\omicron &= \mathcal{E}_0 \sin \theta, \end{aligned} \quad (2.29)$$

όπου \mathcal{E}_0 είναι το πλάτος του εισερχόμενου κύματος, και θ είναι η γωνία της πόλωσης εισόδου ως προς τον κατακόρυφο άξονα. Δεδομένου ότι η ένταση είναι ανάλογη προς το τετράγωνο του πλάτους (πρβλ. Εξ. 2.28), οι εντάσεις των δύο κάθετα πολωμένων δεσμών εξόδου είναι:

$$\begin{aligned} I_\kappa &= I_0 \cos^2 \theta, \\ I_\omicron &= I_0 \sin^2 \theta, \end{aligned} \quad (2.30)$$

όπου I_0 είναι η ένταση της εισερχόμενης δέσμης. Όταν η γωνία θ ρυθμιστεί στις 45° , ο λόγος διαίρεσης της έντασης είναι $50 : 50$. Ίδιο λόγο διαίρεσης έχουμε και όταν το εισερχόμενο φως είναι μη πολωμένο, οπότε θα πρέπει να πάρουμε τις μέσες τιμές των $\cos^2 \theta$ και $\sin^2 \theta$ για όλες τις δυνατές γωνίες, οι οποίες είναι ίσες με $1/2$.

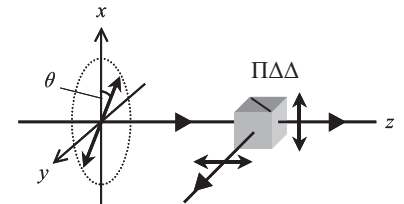
2.2 Περίθλαση και συμβολή

Η κυματική φύση του φωτός καταδεικνύεται με τον σαφέστερο δυνατό τρόπο μέσω των φαινομένων της **περίθλασης** και της **συμβολής**. Καθώς τα φαινόμενα αυτά εξετάζονται σε όλα τα κλασικά εγχειρίδια οπτικής, δεν θα τα μελετήσουμε αναλυτικά, αλλά θα παραθέσουμε απλώς κάποια σημαντικά αποτελέσματα που θα μας χρειαστούν παρακάτω κατά την ανάπτυξη της ύλης μας.

2.2.1 Περίθλαση

Ας εξετάσουμε την περίθλαση επίπεδου παράλληλου φωτός με μήκος κύματος λ από μια μονή σχισμή πλάτους d , όπως φαίνεται στο Σχ. 2.3. Στην περίπτωση αυτή μπορούμε να διακρίνουμε δύο γενικές «επικράτειες», αυτή της **περίθλασης Fresnel** και αυτή της **περίθλασης Fraunhofer**. Η διάκριση μεταξύ τους βασίζεται στην απόσταση L μεταξύ της σχισμής και του πετάσματος. Όταν η L είναι πολύ μεγαλύτερη από την **απόσταση Rayleigh** (d^2/λ), λέμε ότι το περιθλασίγραμμα εμπίπτει στο όριο του **απώτερου πεδίου** (Fraunhofer). Από την άλλη πλευρά, όταν $L \lesssim d^2/\lambda$, βρισκόμα-

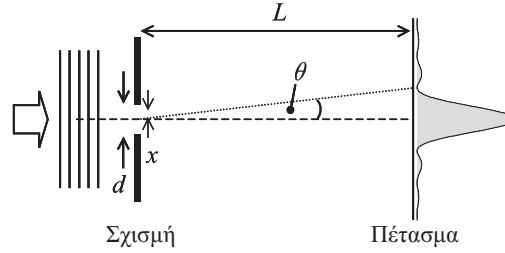
Αν οι καρτεσιανοί άξονες είναι προσανατολισμένοι όπως στο Σχ. 2.1 και η δέσμη οδεύει παράλληλα προς μια οριζόντια οπτική τράπεζα, τα κύματα που είναι πολωμένα κατά μήκος του άξονα x ονομάζονται **κατακόρυφα πολωμένα** και εκείνα που είναι πολωμένα στο επίπεδο $y-z$ ονομάζονται **οριζόντια πολωμένα**, για προφανείς λόγους.



Σχήμα 2.2: Ένας πολωτικός διαιρέτης δέσμης (ΠΔΔ) διαχωρίζει ένα εισερχόμενο κύμα σε δύο δέσμες πολωμένες κάθετα μεταξύ τους. Το σχήμα απεικονίζει την περίπτωση όπου ο προσανατολισμός του διαιρέτη δέσμης έχει τεθεί έτσι ώστε να προκύπτει μια κατακόρυφα και μια οριζόντια πολωμένη δέσμη.

Για να επιτύχουμε τη συνθήκη Fraunhofer πειραματικά, συχνά εισάγουμε έναν φακό ανάμεσα στη σχισμή και στο πέτασμα και εκτελούμε τις παρατηρήσεις στο εστιακό επίπεδο του φακού.

Σχήμα 2.3: Επίπεδα παράλληλα κύματα που προσπίπτουν σε μια σχισμή πλάτους d περιθλώνται, οπότε προκύπτει κάποια κατανομή έντασης επάνω σε ένα πέτασμα. Το περιθλασίγραμμα που απεικονίζεται στο συγκεκριμένο σχήμα αντιστοιχεί στο όριο Fraunhofer, στο οποίο βρισκόμαστε όταν η απόσταση L μεταξύ σχισμής και πέτασματος είναι μεγάλη.



στε στην επικράτεια του **εγγύς πεδίου** (Fresnel). Εφεξής, θα εξετάσουμε μόνο την περίθλαση Fraunhofer.

Στο όριο Fraunhofer, για να βρούμε την ένταση που καταγράφεται στο πέτασμα σε γωνία θ , αθροίζουμε τις πεδιακές συνεισφορές από όλο το εύρος της σχισμής:

Στην περιγραφή φαινομένων περίθλασης και συμβολής, και άρα και των φαινομένων συμφωνίας, η μαθηματική επεξεργασία είναι πιο συνοπτική όταν χρησιμοποιείται η μιγαδική-εκθετική αναπαράσταση του ηλεκτρικού πεδίου. Σε όλη την ανάλυσή μας εξυπνοείται ότι για να πάρουμε τις μετρήσιμες ποσότητες λαμβάνουμε, όποτε είναι σκόπιμο, το πραγματικό μέρος των μιγαδικών ποσοτήτων που υπολογίζονται.

$$\mathcal{E}(\theta) \propto \int_{-d/2}^{+d/2} \exp(-ikx \sin \theta) dx, \quad (2.31)$$

όπου $kx \sin \theta$ είναι η σχετική μετατόπιση φάσης σε κάποια θέση x κατά μήκος της σχισμής, και k είναι το κυματόνισμα που ορίζεται στην Εξ. 2.23. Αν υπολογίσουμε το ολοκλήρωμα και πάρουμε το μέτρο στο τετράγωνο για να λάβουμε την ένταση, βρίσκουμε ότι

$$I(\theta) \propto \left(\frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2, \quad (2.32)$$

όπου

$$\beta = \frac{1}{2} kd \sin \theta. \quad (2.33)$$

Το περιθλασίγραμμα απεικονίζεται στο Σχ. 2.3. Το κύριο μέγιστο βρίσκεται στη θέση $\theta = 0$, ενώ υπάρχουν ελάχιστα σε όλες τις θέσεις όπου $\beta = m\pi$, όπου m ακέραιος. Δευτερεύοντα μέγιστα εμφανίζονται ακριβώς στις θέσεις $\beta = (2m+1)\pi/2$, για $m \geq 1$. Η ένταση στο πρώτο δευτερεύον μέγιστο είναι λιγότερο από το 5% της έντασης στο κύριο μέγιστο, ενώ η ένταση μειώνεται προοδευτικά στα μέγιστα ανώτερων τάξεων. Η γωνία όπου εμφανίζεται το πρώτο ελάχιστο δίνεται από τη σχέση

$$\sin \theta_{\min} = \pm \frac{\lambda}{d}. \quad (2.34)$$

Εάν μπορεί να εφαρμοστεί η προσέγγιση μικρής γωνίας, η σχέση αυτή ανάγεται στην

$$\theta_{\min} = \pm \frac{\lambda}{d}. \quad (2.35)$$

Επομένως, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η περίθλαση από μια σχισμή προκαλεί γωνιακή διασπορά μεγέθους $\sim \lambda/d$.

Τα περιθλασιγράμματα που παράγονται από διαφράγματα με διαφορετικά σχήματα μπορούν να υπολογιστούν με παρόμοιες μεθόδους. Ένα σημαντικό παράδειγμα είναι η περίπτωση μιας κυκλικής οπής διαμέτρου D . Η κατανομή της έντασης έχει κυκλική συμμετρία περί τον άξονα, με κύριο μέγιστο στη θέση $\theta = 0$ και το πρώτο ελάχιστο σε γωνία θ_{\min} , όπου

$$\sin \theta_{\min} = 1,22 \frac{\lambda}{D}. \quad (2.36)$$

Το αποτέλεσμα αυτό χρησιμοποιείται συχνά για τον υπολογισμό της διακριτικής ικανότητας οπτικών οργάνων όπως τα τηλεσκόπια και τα μικροσκόπια.

2.2.2 Συμβολή

Τα συμβολογράμματα εν γένει προκύπτουν στις περιπτώσεις όπου ένα φωτεινό κύμα διαιρείται και κατόπιν επανενώνεται με κάποια διαφορά φάσης μεταξύ των δυο διαδρομών. Υπάρχουν πολλές διαφορετικές περιπτώσεις συμβολής· η πιο αρχετυπική είναι μάλλον το πείραμα διπλής σχισμής του Young. Οι βασικές αρχές μπορούν όμως να κατανοηθούν εύκολα μέσω του **συμβολόμετρου του Michelson**, το οποίο απεικονίζεται στο Σχ. 2.4. Η διάταξη αυτή αποτελεί επίσης ένα χρήσιμο πλαίσιο αναφοράς για τη μελέτη της έννοιας της συμφωνίας στην επόμενη ενότητα.

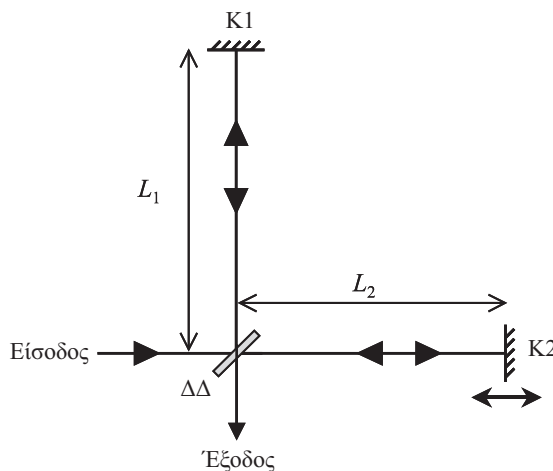
Στην απλούστερη εκδοχή του, το συμβολόμετρο του Michelson αποτελείται από έναν διαιρέτη δέσμης ($\Delta\Delta$) 50 : 50 και δύο κάτοπτρα K1 και K2· ανάμεσα στα στοιχεία αυτά υπάρχει μόνο ατμοσφαιρικός αέρας. Το φως προσπίπτει στην πύλη εισόδου του διαιρέτη δέσμης, όπου διαιρείται και κατευθύνεται προς τα κάτοπτρα. Το φως που ανακλάται από τα K1 και K2 επανασυνδέεται στον διαιρέτη δέσμης, και με τον τρόπο αυτό προκύπτει στην πύλη εξόδου ένα συμβολόγραμμα. Το μήκος διαδρομής ενός από τους βραχίονες μπορεί να μεταβληθεί με μετακίνηση ενός εκ των κατόπτρων (λόγου χάριν του K2) στην κατεύθυνση παράλληλα προς τη δέσμη.

Έστω ότι η δέσμη εισόδου αποτελείται από παράλληλες ακτίνες από μια γραμμικά πολωμένη μονοχρωματική πηγή μήκους κύματος λ και πλάτους \mathcal{E}_0 . Για να πάρουμε το πεδίο εξόδου αθροίζουμε τις δύο συνεισφορές από τα κύματα που ανακλώνται από τα K1 και K2, των οποίων οι φάσεις καθορίζονται από τα μήκη των αντίστοιχων διαδρομών:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}^{\text{εξ}} &= \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 \\ &= \frac{1}{2}\mathcal{E}_0 e^{i2kL_1} + \frac{1}{2}\mathcal{E}_0 e^{i2kL_2} e^{i\Delta\phi} \\ &= \frac{1}{2}\mathcal{E}_0 e^{i2kL_1} \left(1 + e^{i2k\Delta L} e^{i\Delta\phi} \right), \end{aligned} \quad (2.37)$$

όπου $\Delta L = L_2 - L_1$ και $k = 2\pi/\lambda$, ως συνήθως. Ο παράγοντας $\Delta\phi$ καλύπτει την πιθανότητα να υπάρχουν μεταβολές φάσης μεταξύ των δύο διαδρομών ακόμη και όταν $L_1 = L_2$. Μέγιστα του πεδίου εμφανίζονται όταν

$$\frac{4\pi}{\lambda}\Delta L + \Delta\phi = 2m\pi, \quad (2.38)$$



Αμφότερες οι δέσμες που εξέρχονται από την πύλη εξόδου έχουν διέλθει μία φορά και έχουν ανακλαστεί μία φορά από τον διαιρέτη δέσμης. Ας υποθέσουμε ότι ο διαιρέτης δέσμης είναι ένα «ημιεπαργυρωμένο κάτοπτρο» που αποτελείται από μια γυάλινη πλάκα με ημιανακλαστική επίστρωση στη μία πλευρά και αντανακλαστική επίστρωση στην άλλη. Η μία από τις ανακλάσεις θα λάβει χώρα με πρόσπτωση της φωτεινής δέσμης από τον αέρα, και η άλλη με πρόσπτωση από το εσωτερικό του γυαλιού. Οι μεταβολές φάσης που προκαλούνται από αυτές τις δύο ανακλάσεις δεν είναι ίδιες. Συγκεκριμένα, η απαίτηση διατήρησης της ενέργειας στον διαιρέτη δέσμης συνήθως θα ικανοποιείται εάν $\Delta\phi = \pi$. (βλ. Άσκηση 7.14.)

Σχήμα 2.4: Το συμβολόμετρο του Michelson. Η διάταξη αποτελείται από έναν διαιρέτη δέσμης ($\Delta\Delta$) 50 : 50 και δύο κάτοπτρα K1 και K2. Καθώς το μήκος ενός από τους βραχίονες (του βραχίονα 2 στην προκειμένη περίπτωση) μεταβάλλεται, παρατηρούνται κροσσοί συμβολής στην πύλη εξόδου.

και ελάχιστα όταν

$$\frac{4\pi}{\lambda} \Delta L + \Delta\phi = (2m + 1)\pi, \quad (2.39)$$

όπου ο m είναι και πάλι ακέραιος. Συνεπώς, καθώς σαρώνουμε το μήκος L_2 , εμφανίζονται στην πύλη εξόδου φωτεινοί και σκοτεινοί κροσσοί με περίοδο ίση με $\lambda/2$. Επομένως, το συμβολόμετρο αποτελεί μια πολύ ευαίσθητη διάταξη για τη μέτρηση διαφορών στα μήκη οπτικών διαδρομών των δύο βραχιόνων.

Τυπική εφαρμογή του συμβολόμετρου του Michelson είναι η μέτρηση του δείκτη διάθλασης αραίων μέσων, όπως είναι τα αέρια. Το συμβολόμετρο ρυθμίζεται σε κατάσταση $L_1 \approx L_2$, και κατόπιν εισάγεται με βραδύ ρυθμό σε έναν αρχικά κενό θάλαμο μήκους L σε έναν από τους βραχίονες ένα αέριο με δείκτη διάθλασης n . Καταγράφοντας τη μετατόπιση των κροσσών στην πύλη εξόδου κατά την εισαγωγή του αερίου, μπορεί κανείς να προσδιορίσει τη μεταβολή του σχετικού μήκους διαδρομής μεταξύ των δύο βραχιόνων, δηλαδή την ποσότητα $2(n - 1)L$, και συνεπώς και τον δείκτη διάθλασης n .

2.3 Συμφωνία

Αναλύοντας το συμβολόγραμμα που παράγεται από ένα συμβολόμετρο Michelson στην προηγούμενη ενότητα, υποθέσαμε ότι η μετατόπιση φάσης ανάμεσα στα δύο συμβάλλοντα πεδία καθορίζεται μόνο από τη διαφορά διαδρομής $2\Delta L$ ανάμεσα στους βραχίονες. Αυτό, όμως, είναι ένα εξιδανικευμένο σενάριο, που δεν λαμβάνει υπόψη τη σταθερότητα συχνότητας του φωτός. Στις πραγματικές πηγές, η έξοδος περιέχει μια έκταση $\Delta\omega$ γωνιακών συχνοτήτων, οπότε υπάρχει η πιθανότητα οι φωτεινοί κροσσοί για κάποια συχνότητα να βρίσκονται στην ίδια θέση με τους σκοτεινούς κροσσούς για κάποια άλλη. Δεδομένου ότι αυτή η επικάλυψη εξαλείφει το συμβολόγραμμα, είναι προφανές ότι η διασπορά συχνοτήτων της πηγής θέτει πρακτικά όρια στη μέγιστη διαφορά διαδρομής που θα δώσει παρατηρήσιμους κροσσούς.

Η ιδιότητα που περιγράφει τη σταθερότητα του φωτός ονομάζεται **συμφωνία**. Εν γένει διακρίνονται δύο τύποι συμφωνίας:

- χρονική συμφωνία,
- χωρική συμφωνία.

Η μελέτη που ακολουθεί περιορίζεται στη χρονική συμφωνία. Η έννοια της χωρικής συμφωνίας εξετάζεται συνοπτικά στην Ενότητα 6.1 στο πλαίσιο του αστρικού συμβολόμετρου Michelson.

Η χρονική συμφωνία μιας φωτεινής δέσμης εκφράζεται ποσοτικά μέσω του **χρόνου συμφωνίας** της δέσμης, $\tau_{\text{συμ}}$. Μια αντίστοιχη ποσότητα, το λεγόμενο **μήκος συμφωνίας**, $L_{\text{συμ}}$, προκύπτει μέσω της σχέσης

$$L_{\text{συμ}} = c\tau_{\text{συμ}}. \quad (2.40)$$

Ο χρόνος συμφωνίας αντιπροσωπεύει το χρονικό διάστημα στο οποίο η φάση του κυματοσυρμού παραμένει σταθερή. Αν γνωρίζουμε τη φάση του κύματος σε κάποια θέση z τη χρονική στιγμή t_1 , τότε η φάση στην ίδια θέση αλλά σε μια διαφορετική χρονική στιγμή t_2 θα είναι γνωστή με μεγάλη βεβαιότητα εάν $|t_2 - t_1| \ll \tau_{\text{συμ}}$, και

Οι μηχανισμοί διαπλάτυνσης των φασματικών γραμμών εξετάζονται στην Ενότητα 4.4.

Ορισμένοι συγγραφείς χρησιμοποιούν μια διαφορετική ορολογία, ονομάζοντας τη χρονική συμφωνία **διαμήκη** και τη χωρική **εγκάρσια**. Για μια εύληπτη ανάλυση της χωρικής συμφωνίας, βλ. τα εγχειρίδια των Brooker (2003) και Hecht (2002).

με πολύ μικρή βεβαιότητα όταν $|t_2 - t_1| \gg \tau_{\text{συμ}}$. Ισοδύναμα, μπορούμε να πούμε ότι, αν γνωρίζουμε τη φάση του κύματος στη θέση z_1 κάποια χρονική στιγμή t , τότε η φάση την ίδια χρονική στιγμή στη θέση z_2 θα είναι γνωστή με μεγάλη βεβαιότητα εάν $|z_2 - z_1| \ll L_{\text{συμ}}$, και με πολύ μικρή βεβαιότητα εάν $|z_2 - z_1| \gg L_{\text{συμ}}$. Αυτό σημαίνει, για παράδειγμα, ότι σε ένα συμβολόμετρο Michelson θα παρατηρούνται κροσσοί μόνο όταν για τη διαφορά διαδρομής ισχύει ότι $2\Delta L \lesssim L_{\text{συμ}}$.

Για να κατανοήσουμε τους παράγοντες που καθορίζουν τον χρόνο συμφωνίας, ας εξετάσουμε το φιλτραρισμένο φως από μια μεμονωμένη φασματική γραμμή ενός λαμπτήρα εκκένωσης. Έστω ότι η φασματική γραμμή είναι διαπλατυσμένη λόγω πίεσης, οπότε το φασματικό εύρος της $\Delta\omega$ καθορίζεται από τον μέσο χρόνο $\tau_{\text{κρούση}}$ μεταξύ των κρούσεων των ατόμων (βλ. Ενότητα 4.4.3). Υποθέτουμε ότι το φως παράγεται από ένα σύνολο ατόμων τα οποία διεγείρονται με τυχαίο τρόπο μέσω της ηλεκτρικής εκκένωσης και κατόπιν εκπέμπουν μια «ριπή» ακτινοβολίας με σταθερή φάση, μέχρις ότου να διακοπούν με τυχαίο τρόπο από μια κρούση. Είναι προφανές ότι σε αυτή την περίπτωση ο χρόνος συμφωνίας θα έχει ως όριο την τιμή $\tau_{\text{κρούση}}$. Επιπλέον, δεδομένου ότι το $\tau_{\text{κρούση}}$ καθορίζει επίσης το εύρος της φασματικής γραμμής, θα ισχύει επίσης ότι

$$\tau_{\text{συμ}} \approx \frac{1}{\Delta\omega}. \quad (2.41)$$

Στην πραγματικότητα, η σχέση 2.41 είναι γενική και δείχνει ότι ο χρόνος συμφωνίας καθορίζεται από το φασματικό εύρος του φωτός. Είναι σαφές λοιπόν ότι μια απόλυτα μονοχρωματική πηγή με $\Delta\omega = 0$ έχει άπειρο χρόνο συμφωνίας (απόλυτη συμφωνία), ενώ το λευκό φως που εκπέμπεται από μια θερμική πηγή έχει πολύ μικρό χρόνο συμφωνίας. Μια φιλτραρισμένη φασματική γραμμή από έναν λαμπτήρα εκκένωσης αποτελεί μια ενδιάμεση περίπτωση, και χαρακτηρίζεται **μερικώς σύμφωνη**.

Η χρονική συμφωνία του φωτός μπορεί να εκφραστεί ποσοτικά με μεγαλύτερη ακρίβεια μέσω της **συνάρτησης συσχέτισης πρώτης τάξης** $g^{(1)}(\tau)$, η οποία ορίζεται ως εξής:

$$g^{(1)}(\tau) = \frac{\langle \mathcal{E}^*(t)\mathcal{E}(t+\tau) \rangle}{\langle |\mathcal{E}(t)|^2 \rangle}. \quad (2.42)$$

Η έκφραση $\langle \dots \rangle$ που χρησιμοποιείται σε αυτή τη σχέση δηλώνει ότι παίρνουμε τη μέση τιμή σε ένα μεγάλο χρονικό διάστημα T :

$$\langle \mathcal{E}^*(t)\mathcal{E}(t+\tau) \rangle = \frac{1}{T} \int_T \mathcal{E}^*(t)\mathcal{E}(t+\tau) dt. \quad (2.43)$$

Η $g^{(1)}(\tau)$ ονομάζεται «συνάρτηση συσχέτισης πρώτης τάξης» διότι βασίζεται στις ιδιότητες της πρώτης δύναμης του ηλεκτρικού πεδίου. Ονομάζεται επίσης **βαθμός της συμφωνίας πρώτης τάξης**.

Έστω ότι το πεδίο εισόδου $\mathcal{E}(t)$ είναι ημιμονοχρωματικό με κεντρική συχνότητα ω_0 , οπότε μεταβάλλεται με τον χρόνο ως εξής:

$$\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_0 e^{-i\omega_0 t} e^{i\phi(t)}. \quad (2.44)$$

Αντικαθιστώντας την έκφραση αυτή στην Εξ. 2.42, βρίσκουμε ότι η $g^{(1)}(\tau)$ έχει τη μορφή:

$$g^{(1)}(\tau) = e^{-i\omega_0 \tau} \left\langle e^{i[\phi(t+\tau) - \phi(t)]} \right\rangle. \quad (2.45)$$

Ο συγκεκριμένος τύπος ακτινοβολίας αποτελεί παράδειγμα **χαοτικού φωτός**. Η ονομασία αναφέρεται στην τυχαιότητα των διαδικασιών της διέγερσης και της διακοπής φάσης.

Για την απόδειξη της σχέσης 2.41 στη γενική περίπτωση, βλ. π.χ. το εγχειρίδιο του Brooker (2003, §9.11).

Στο Κεφάλαιο 6 θα μελετήσουμε τις ιδιότητες της συνάρτησης συσχέτισης δεύτερης τάξης $g^{(2)}(\tau)$. Ο λόγος που αυτή η συνάρτηση συσχέτισης ονομάζεται έτσι είναι ότι χαρακτηρίζει τις ιδιότητες της οπτικής έντασης, η οποία είναι ανάλογη προς τη δεύτερη δύναμη του ηλεκτρικού πεδίου (πρβλ. Εξ. 2.28).

Αυτό σημαίνει ότι το πραγματικό μέρος της $g^{(1)}(\tau)$ είναι μια ταλαντωτικού τύπου συνάρτηση του τ με περίοδο $2\pi/\omega_0$. Αυτή η ταχεία ταλαντωτική διακύμανση παράγει τη δομή των κροσσών σε ένα πείραμα συμβολής, ενώ η πληροφορία σχετικά με τη συμφωνία του φωτός εμπεριέχεται στη μεταβολή του μέτρου της $g^{(1)}(\tau)$ λόγω του δεύτερου παράγοντα της Εξ. 2.45.

Από την Εξ. 2.42 είναι φανερό ότι $|g^{(1)}(0)| = 1$ σε όλες τις περιπτώσεις. Για $0 < \tau \ll \tau_{\text{συμ}}$, περιμένουμε ότι $\phi(t+\tau) \approx \phi(t)$, και η τιμή του $|g^{(1)}(\tau)|$ θα παραμένει κοντά στη μονάδα. Καθώς αυξάνεται το τ , το $|g^{(1)}(\tau)|$ μειώνεται λόγω της αυξανόμενης πιθανότητας της τυχαιότητας φάσης. Για $\tau \gg \tau_c$, η $\phi(t+\tau)$ θα είναι εντελώς «ασυσχέτιστη» με την $\phi(t)$, οπότε η μέση τιμή της ποσότητας $\exp i[\phi(t+\tau) - \phi(t)]$ θα είναι μηδέν, πράγμα που σημαίνει ότι $|g^{(1)}(\tau)| = 0$. Συνεπώς, το $|g^{(1)}(\tau)|$ μειώνεται από το 1 έως το 0 σε χρόνο της τάξης του $\tau_{\text{συμ}}$.

Η λεπτομερής μορφή της $g^{(1)}(\tau)$ για μερικώς σύμφωνο φως εξαρτάται από τον ισχύοντα τύπο φασματικής διαπλάτνωσης. Για φως με λορεντζιανό σχήμα γραμμής και ημιεύρος $\Delta\omega$ σε μονάδες γωνιακής συχνότητας, η $g^{(1)}(\tau)$ έχει τη μορφή:

$$g^{(1)}(\tau) = e^{-i\omega_0\tau} \exp(-|\tau|/\tau_{\text{συμ}}), \quad (2.46)$$

όπου

$$\tau_{\text{συμ}} = 1/\Delta\omega. \quad (2.47)$$

Οι αντίστοιχοι τύποι για γκαουσιανό σχήμα γραμμής είναι:

$$g^{(1)}(\tau) = e^{-i\omega_0\tau} \exp\left[-\frac{\pi}{2} \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{συμ}}}\right)^2\right], \quad (2.48)$$

όπου

$$\tau_{\text{συμ}} = (8\pi \ln 2)^{1/2}/\Delta\omega. \quad (2.49)$$

Στο Σχ. 2.5 βλέπουμε μια τυπική μεταβολή του πραγματικού μέρους της $g^{(1)}(\tau)$ συναρτήσει του τ για γκαουσιανό φως. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα έχουμε θέσει τον χρόνο συμφωνίας ίσο με το 20-πλάσιο της οπτικής περιόδου, τιμή αφύσικα μικρή.

Η ορατότητα των κροσσών που παρατηρούνται σε ένα πείραμα συμβολής ορίζεται ως εξής:

$$\text{ορατότητα} = \frac{I_{\text{max}} - I_{\text{min}}}{I_{\text{max}} + I_{\text{min}}}, \quad (2.50)$$

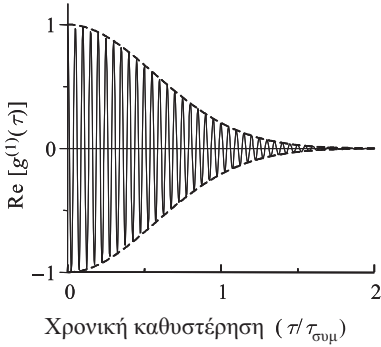
όπου I_{max} και I_{min} είναι οι εντάσεις που καταγράφονται στα μέγιστα και στα ελάχιστα των κροσσών, αντίστοιχα. Όπως είναι ποιοτικά προφανές, η ορατότητα καθορίζεται από τη συμφωνία του φωτός, και το γεγονός αυτό μπορεί να εκφραστεί ποσοτικά με την εύρεση μιας ρητής σχέσης ανάμεσα στην ορατότητα και τη συνάρτηση συσχέτισης πρώτης τάξης.

Ας εξετάσουμε ξανά ένα συμβολόμετρο Michelson· έστω ότι έχουμε μια φωτεινή πηγή με σταθερή μέση ένταση, οπότε η δομή των κροσσών εξαρτάται μόνο από τη χρονική διαφορά τ ανάμεσα στα συμβάλλοντα πεδία, και όχι από τον απόλυτο χρόνο. Επομένως, μπορούμε να γράψουμε το πεδίο εξόδου ως εξής:

$$\mathcal{E}^{\text{εξ}}(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\mathcal{E}(t) - \mathcal{E}(t + \tau)). \quad (2.51)$$

Φως για το οποίο ισχύει ότι $|g^{(1)}(\tau) = 1|$ για όλες τις τιμές του τ χαρακτηρίζεται απόλυτα σύμφωνο. Ένα τέτοιο ιδανικό φως έχει άπειρο χρόνο συμφωνίας και άπειρο μήκος συμφωνίας. Το υψηλής μονοχρωματικότητας φως από ένα λέιζερ μονού διαμήκους τρόπου αποτελεί για τις περισσότερες περιπτώσεις πρακτικού ενδιαφέροντος μια αρκετά καλή προσέγγιση του απόλυτα σύμφωνου φωτός.

Τα φασματικά σχήματα των γραμμών εξετάζονται στην Ενότητα 4.4. Για την εξαγωγή των Εξ. 2.46–2.49, βλ. π.χ. Loudon (2000, §3.4).



Σχήμα 2.5: Τυπική μεταβολή του πραγματικού μέρους της συνάρτησης συσχέτισης πρώτης τάξης $g^{(1)}(\tau)$ συναρτήσει της χρονικής καθυστέρησης τ για γκαουσιανό φως με χρόνο συμφωνίας $\tau_{\text{συμ}}$. Ο χρόνος συμφωνίας σε αυτό το παράδειγμα έχει επιλεγεί ίσος με το 20-πλάσιο της οπτικής περιόδου.

Στην Εξ. 2.51 έχουμε υποθέσει ότι ο λόγος διαίρεσης ισχύος είναι 50 : 50, οπότε έχουμε λόγο σύζευξης πλατών ίσο με $1/\sqrt{2}$. Έχουμε υποθέσει επίσης ότι η μετατόπιση φάσης $\Delta\phi$ που υπεισέρχεται στην Εξ. 2.37 ισούται με π . Η διαφορά διαδρομής ΔL συνδέεται με το τ μέσω της σχέσης $\tau = 2\Delta L/c$.

Η κατά μέση τιμή ως προς τον χρόνο ένταση που παρατηρείται στην έξοδο είναι ανάλογη προς τη μέση τιμή του τετραγώνου του μέτρου του πεδίου:

$$\begin{aligned} I(\tau) &\propto \langle \mathcal{E}^{\varepsilon\xi*}(t)\mathcal{E}^{\varepsilon\xi}(t) \rangle \\ &\propto (\langle \mathcal{E}^*(t)\mathcal{E}(t) \rangle + \langle \mathcal{E}^*(t+\tau)\mathcal{E}(t+\tau) \rangle \\ &\quad - \langle \mathcal{E}^*(t)\mathcal{E}(t+\tau) \rangle - \langle \mathcal{E}^*(t+\tau)\mathcal{E}(t) \rangle)/2. \end{aligned} \quad (2.52)$$

Λόγω της σταθερής φύσης της πηγής, ο πρώτος και ο δεύτερος όρος είναι ταυτόσημοι. Επιπλέον, ο τρίτος και ο τέταρτος όρος είναι μιγαδικές συζυγείς ποσότητες. Επομένως, έχουμε ότι

$$I(\tau) \propto \langle \mathcal{E}^*(t)\mathcal{E}(t) \rangle - \text{Re}[\langle \mathcal{E}^*(t)\mathcal{E}(t+\tau) \rangle]. \quad (2.53)$$

Χρησιμοποιώντας στη συνέχεια την Εξ. 2.42, έχουμε ότι

$$\begin{aligned} I(\tau) &\propto \langle \mathcal{E}^*(t)\mathcal{E}(t) \rangle \left(1 - \text{Re}[g^{(1)}(\tau)]\right) \\ &= I_0 \left(1 - \text{Re}[g^{(1)}(\tau)]\right), \end{aligned} \quad (2.54)$$

όπου I_0 είναι η ένταση εισόδου. Αν αντικαταστήσουμε στην Εξ. 2.50 με $I_{\max/\min} = I_0(1 \pm |g^{(1)}(\tau)|)$, παίρνουμε εύκολα το τελικό αποτέλεσμα:

$$\text{ορατότητα} = |g^{(1)}(\tau)|. \quad (2.55)$$

Επομένως, η ένταση που παρατηρείται στην έξοδο ενός συμβολόμετρου Michelson καθώς σαρώνουμε το ΔL θα είχε στην πραγματικότητα τη μορφή του Σχ. 2.5, με $\tau = 2\Delta L/c$.

Στον Πίνακα 2.1 συνοψίζονται τα βασικά σημεία αυτής της ενότητας.

2.4 Μη γραμμική οπτική

2.4.1 Η μη γραμμική επιδεκτικότητα

Η γραμμική σχέση που εκφράζεται στην Εξ. 2.2 ανάμεσα στην ηλεκτρική πόλωση ενός διηλεκτρικού μέσου και στο ηλεκτρικό πεδίο ενός φωτεινού κύματος αποτελεί μια προσέγγιση η οποία ισχύει μόνο όταν το πλάτος του ηλεκτρικού πεδίου είναι μικρό. Με την εξάπλωση της χρήσης δεσμών μεγάλου πλάτους από ισχυρά λέιζερ, θα πρέπει να λάβει κανείς υπόψη μια πιο γενική μορφή της Εξ. 2.2, στην οποία η σχέση ανάμεσα στην πόλωση και στο ηλεκτρικό πεδίο είναι *μη γραμμική*:

$$P = \epsilon_0\chi^{(1)}\mathcal{E} + \epsilon_0\chi^{(2)}\mathcal{E}^2 + \epsilon_0\chi^{(3)}\mathcal{E}^3 + \dots \quad (2.56)$$

Πίνακας 2.1: Ιδιότητες συμφωνίας του φωτός όπως εκφράζονται ποσοτικά μέσω του χρόνου συμφωνίας $\tau_{\text{συμ}}$ και της συνάρτησης συσχέτισης πρώτης τάξης $g^{(1)}(\tau)$. Στην τελευταία στήλη υποθέτουμε ότι $|\tau| > 0$.

Περιγραφή του φωτός	Φασματικό εύρος	Συμφωνία	Χρόνος συμφωνίας	$ g^{(1)}(\tau) $
Απόλυτα μονοχρωματικό	0	Απόλυτη	Άπειρος	1
Χασοτικό	$\Delta\omega$	Μερική	$\sim 1/\Delta\omega$	$1 > g^{(1)}(\tau) > 0$
Ασύμφωνο	Πρακτικά άπειρο	Μηδενική	Πρακτικά μηδενικός	0

Ο πρώτος όρος στην Εξ. 2.56 είναι ίδιος με εκείνον της Εξ. 2.2, και περιγράφει τη γραμμική απόκριση του μέσου. Το $\chi^{(1)}$ συμπίπτει επομένως με τη γραμμική ηλεκτρική επιδεκτικότητα χ στην Εξ. 2.2. Οι άλλοι όροι περιγράφουν τη *μη γραμμική* απόκριση του μέσου. Ο όρος που είναι ανάλογος του \mathcal{E}^2 ονομάζεται *μη γραμμική απόκριση δεύτερης τάξης*, ενώ η ποσότητα $\chi^{(2)}$ είναι η λεγόμενη *μη γραμμική επιδεκτικότητα δεύτερης τάξης*. Αντίστοιχα, ο όρος που είναι ανάλογος του \mathcal{E}^3 ονομάζεται *μη γραμμική απόκριση τρίτης τάξης*, και η ποσότητα $\chi^{(3)}$ είναι η λεγόμενη *μη γραμμική επιδεκτικότητα τρίτης τάξης*. Εν γένει, μπορούμε να γράψουμε:

$$P^{(1)} = \epsilon_0 \chi^{(1)} \mathcal{E} \quad (2.57)$$

$$P^{(2)} = \epsilon_0 \chi^{(2)} \mathcal{E}^2 \quad (2.58)$$

$$P^{(3)} = \epsilon_0 \chi^{(3)} \mathcal{E}^3 \quad (2.59)$$

$$\vdots$$

$$P^{(n)} = \epsilon_0 \chi^{(n)} \mathcal{E}^n, \quad (2.60)$$

όπου, για $n \geq 2$, η $P^{(n)}$ είναι η n -οστής τάξης *μη γραμμική πόλωση*, ενώ η $\chi^{(n)}$ είναι η n -οστής τάξης *μη γραμμική επιδεκτικότητα*.

Συνήθως οι μη γραμμικές επιδεκτικότητες έχουν αρκετά μικρές τιμές. Αυτό σημαίνει ότι όταν το μέτρο του ηλεκτρικού πεδίου είναι μικρό οι μη γραμμικοί όροι είναι αμελητέοι, οπότε επανερχόμαστε στη γραμμική σχέση μεταξύ των \mathbf{P} και \mathbf{E} , στην οποία βασίζεται η *γραμμική οπτική*. Όταν όμως το ηλεκτρικό πεδίο είναι μεγάλο, οι μη γραμμικοί όροι της Εξ. 2.56 δεν είναι δυνατόν να αγνοηθούν, οπότε εισερχόμαστε στην επικράτεια της *μη γραμμικής οπτικής*, όπου λαμβάνουν χώρα πολλά νέα φαινόμενα.

Στις υποενότητες που ακολουθούν, θα περιγράψουμε συνοπτικά μερικά από τα συνηθέστερα μη γραμμικά φαινόμενα δεύτερης τάξης, και θα εισαγάγουμε την έννοια της εναρμόνισης φάσης. Δυστυχώς, ο χώρος δεν μας επιτρέπει να εξετάσουμε φαινόμενα που προκαλούνται από τη μη γραμμική επιδεκτικότητα τρίτης τάξης, όπως ο τριπλασιασμός συχνότητας, η αυτοδιαμόρφωση φάσης, η διφωτονιακή απορρόφηση, το φαινόμενο Raman, και η εξάρτηση του δείκτη διάθλασης από την ένταση.

2.4.2 Μη γραμμικά φαινόμενα δεύτερης τάξης

Η μη γραμμική πόλωση δεύτερης τάξης δίνεται από την Εξ. 2.58. Εάν το μέσο διαγείρεται από συνημιτονοειδή κύματα με γωνιακές συχνότητες ω_1 και ω_2 και πλάτη \mathcal{E}_1 και \mathcal{E}_2 , αντίστοιχα, τότε η μη γραμμική πόλωση θα ισούται με:

$$\begin{aligned} P^{(2)}(t) &= \epsilon_0 \chi^{(2)} \times \mathcal{E}_1 \cos \omega_1 t \times \mathcal{E}_2 \cos \omega_2 t \\ &= \epsilon_0 \chi^{(2)} \mathcal{E}_1 \mathcal{E}_2 \frac{1}{2} [\cos(\omega_1 + \omega_2)t + \cos(\omega_1 - \omega_2)t]. \end{aligned} \quad (2.61)$$

Βλέπουμε λοιπόν ότι η μη γραμμική απόκριση δεύτερης τάξης προκαλεί πόλωση που ταλαντώνεται με το άθροισμα και τη διαφορά των συχνοτήτων των πεδίων εισόδου:

$$\omega_{\text{αθρ}} = \omega_1 + \omega_2, \quad (2.62)$$

$$\omega_{\text{διαφ}} = |\omega_1 - \omega_2|. \quad (2.63)$$

Οι εντάσεις που παράγονται από συμβατικές πηγές όπως οι θερμικοί λαμπτήρες ή οι λαμπτήρες εκκένωσης συνήθως είναι τόσο μικρές που δεν προκαλούν μη γραμμικά φαινόμενα, οπότε μπορούμε να υποθέσουμε ότι τα οπτικά φαινόμενα περιγράφονται ακριβώς από τους νόμους της γραμμικής οπτικής.

Ο μη γραμμικός δείκτης διάθλασης εξετάζεται συνοπτικά στην Άσκηση 2.11.

Επανερχόμαστε προσωρινά στη χρήση ημιτονικών και συνημιτονικών συναρτήσεων για την αναπαράσταση των πεδίων, ώστε να διασφαλίσουμε ότι χειριζόμαστε σωστά όλες τις συχνότητες. Εάν χρησιμοποιούσαμε τη μιγαδική εκθετική αναπαράσταση, θα έπρεπε να φροντίσουμε να γράψουμε:

$$\mathcal{E}(t) = \text{Re}[e^{-i\omega t}] = \frac{1}{2}(e^{-i\omega t} + e^{i\omega t}).$$